



PRISE EN COMPTE DU COMPORTEMENT MAGNETIQUE FREQUENTIEL DES TOLES FeSi EN MODELISATION ELECTROTECHNIQUE

Laure-Line Rouve

► To cite this version:

Laure-Line Rouve. PRISE EN COMPTE DU COMPORTEMENT MAGNETIQUE FREQUENTIEL DES TOLES FeSi EN MODELISATION ELECTROTECHNIQUE. Energie électrique. INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE, 1996. Français. NNT: . tel-01146346

HAL Id: tel-01146346

<https://hal.science/tel-01146346>

Submitted on 28 Apr 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



THESE

Présentée par

Laure-Line ROUVE
Ingénieur ENSIEG

Pour obtenir le grade de DOCTEUR
DE L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE
(Arrêté ministériel du 30 mars 1992)

Spécialité: GÉNIE ÉLECTRIQUE

**PRISE EN COMPTE DU COMPORTEMENT
MAGNETIQUE FREQUENTIEL
DES TOLES FeSi
EN MODELISATION ELECTROTECHNIQUE**

Date de soutenance: le 15 Janvier 1996

Composition du jury :

Monsieur	Jean-Pierre CHABRERIE	Président
Monsieur	Giorgio BERTOTTI	Rapporteur
Monsieur	Jean-Pierre MASSON	Rapporteur
Monsieur	Jean-Pierre DUCREUX	Examineur
Monsieur	Gérard MEUNIER	Examineur
Madame	Florence OSSART	Examinatrice
Monsieur	Thierry WAECKERLE	Examineur

Thèse préparée au sein du Laboratoire d'Électrotechnique de Grenoble

THESE

Présentée par

Laure-Line ROUVE
Ingénieur ENSIEG

Pour obtenir le grade de DOCTEUR
DE L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE
(Arrêté ministériel du 30 mars 1992)

Spécialité: GÉNIE ÉLECTRIQUE

**PRISE EN COMPTE DU COMPORTEMENT
MAGNETIQUE FREQUENTIEL
DES TOLES FeSi
EN MODELISATION ELECTROTECHNIQUE**

Date de soutenance: le 15 Janvier 1996

Composition du jury :

Monsieur	Jean-Pierre CHABRERIE	Président
Monsieur	Giorgio BERTOTTI	Rapporteur
Monsieur	Jean-Pierre MASSON	Rapporteur
Monsieur	Jean-Pierre DUCREUX	Examineur
Monsieur	Gérard MEUNIER	Examineur
Madame	Florence OSSART	Examinatrice
Monsieur	Thierry WAECKERLE	Examineur

Thèse préparée au sein du Laboratoire d'Électrotechnique de Grenoble

REMERCIEMENTS

Les personnes avec qui j'ai travaillé pendant ma thèse savent bien, je l'espère, quelle est ma gratitude envers elles. Mais puisqu'il faut des noms, en voici! Et je n'oublie tous ceux et celles qui par leur présence ont su égayer ces mois de "dur labeur" marqués par doutes, interrogations et...crises de rire.

Alors, Chef, c'est bien normal que je commence la liste par toi! Je sais, Thierry, que ça te donne de l'urticaire quand on t'appelle "Chef", mais c'est toujours un plaisir de t'embêter. Et en plus, je suis sûre que cette appellation dont Tata et moi te gratifions avant ta lâche fuite à Imphy (mais, c'est vrai, un pont d'or ne se discute pas, il se traverse en courant...) doit te manquer. Eh bien, en voilà un chef comme tous les thésards en voudraient un...Qui vous remonte le moral quand vous avez le sentiment que tout ce que vous faites est d'une platitude extrême et ne vaut pas un kopek ; qui, quelle que soit l'heure du jour ou de la nuit répond présent, même à des kilomètres (grâce au fax. Car Thierry a beau pédaler comme un malade - au point de rentrer dans les camions arrêtés-, il ne dépasse pas encore la vitesse de la lumière...) ; qui, surtout, a la passion de la recherche et un enthousiasme communicateur ; et puis, aussi, qui sait être à l'écoute et sait venir discuter à la cafet d'autre chose que de sciences...Que dire, j'ai eu un chef exemplaire, quelle chance!...Et pour que je dise ça, moi qui suis réputée pour être "exigeante" avec tout le monde (doux euphémisme...), ça signifie que le Chef est proche de la canonisation...Le "Saint Chef" va bientôt rentrer dans les calendriers....

Dans l'équipe "matériaux", il y a(vait) le camp des métallurgistes, reconnaissables entre tous avec leur longue blouse blanche touchant par terre (surtout dans le cas de Tata), et les instrumentateurs. Afef en est leur gourou et C2 son prophète, même s'il fait semblant de travailler sur des moteurs. Il n'empêche que le tortureur de tôles du groupe, c'est lui : le cycle d'hystérésis que j'ai récupéré pour la thèse en présence de M.L.I., c'est lui qui me l'a donné...Le gourou Afef et C2 étaient d'un dévouement extrême : dès que je voulais des résultats expérimentaux, ils s'y mettaient sans tarder, préparant activement la cérémonie (Cadre Epstein, alims, asservissement...). Sans leur concours, leur travail et leur grande expérience, bien plus difficile aurait été cette quête de la vérité hystérétique...Un grand merci donc, et j'aimerais aussi rajouter que ce que j'ai beaucoup apprécié chez Afef, c'est sa grande disponibilité. Il m'arrivait souvent de rentrer pour quelques minutes dans son bureau...et d'en sortir quelques heures après (je l'ai pas dit pour le Chef parce que, ça, ça arrivait tous les jours...Et c'était même lui qui venait dans mon bureau pour 5 min et en repartait bien plus tard....).

Quand on travaille avec plusieurs équipes, il arrive souvent qu'on ne travaille avec personne. C'est ce que je craignais au départ, mais il n'en a rien été. J'ai énormément travaillé

avec Thierry, et, pour leurs compétences spécifiques vis-à-vis de mon sujet, j'ai aussi travaillé avec Afef en caractérisation et Florence pour tout ce qui a concerné des développements dans Flux3D. Florence est arrivée au bon moment (des Etats-Unis), pour m'initier aux joies de la programmation, et c'est en duo de choc que nous avons sévi sur le réseau, monopolisant pendant de longues nuits et journées les babasses les plus rapides du labo...Autant dire que Florence n'a également pas ménagé son temps pour moi. Florence est de l'équipe modélisation, et avec elle, je remercie toute cette équipe, permanents et thésards, qui ont toujours calmement écouté et répondu à mes questions. Une standing ovation, please, pour Nicolas, qui, avec son travail de thèse, m'a pas mal avancé pour le pas à pas dans Flux3D et a toujours apporté des réponses éclairées à mes problèmes. Il a toute mon amitié et mon estime.

Ce sujet sur l'hystérésis, il s'est conclu à "haut niveau", entre les chefs des équipes matériaux (Bruno CORNUT) et modélisation (Gérard MEUNIER) et la Direction des Etudes et Recherches d'Electricité de France (Jean-Pierre DUCREUX et Didier BINESTI). Sujet difficile et aux objectifs ambitieux (n'est-ce pas, Jean-Pierre?...Mais il faut toujours placer la barre haut) dans lequel ces personnes se sont investies avec moi. Je les remercie de m'avoir fait confiance et de ne jamais avoir douté de moi. Je remercie Bruno de m'avoir accueillie dans son équipe. J'aimerais aussi dire à Gérard que j'ai toujours apprécié ses encouragements, son écoute et son intérêt pour un sujet pour lequel il s'est toujours montré très motivé et enthousiaste dès le début. Même s'il est toujours très occupé, Gérard a toujours libéré un peu de son temps pour moi et a, à chaque fois, eu une analyse pertinente des problèmes et des conseils plus qu'avisés. Je voudrais aussi dire à Jean-Pierre que j'ai grandement apprécié la liberté qu'il m'a laissée, à tous les niveaux. C'est quelqu'un de très ouvert à la discussion et qui a toujours tout fait pour me faciliter le travail et la vie. C'est idéal.

Même s'ils sont très peu intervenus dans mon travail quotidien (et pour cause!...), c'est grâce à eux que le LEG existe et que des thèses peuvent être menées dans de telles conditions: j'adresse donc toute ma reconnaissance et ma gratitude à Jean-Claude SABONNADIÈRE, directeur du Laboratoire, et Robert PERRET, directeur adjoint. Je crois sincèrement que les élèves de l'ENSIEG, dont j'ai été, ont de la chance d'avoir à portée de main un tel laboratoire : pour les possibilités qu'ils ont de faire de la recherche d'une part et pour l'avantage d'avoir parmi leurs enseignants des chercheurs d'une grande qualité d'autre part.

Une thèse, ça n'est pas seulement une réflexion scientifique, c'est aussi deux à trois ans passés dans un laboratoire, qui dans le cas du LEG, regroupe un nombre important de personnes, avec qui il a été très agréable d'être et de discuter. Me lancer dans les remerciements pour toutes ces personnes est certainement périlleux car je risquerais d'avoir mes "remerciements" plus importants que ma thèse...en exagérant à peine, en bonne fille du sud. Mais j'aimerais dire à :

Schaffou, qu'il est vraiment quelqu'un d'extraordinaire, et que j'ai eu de la chance de l'avoir comme responsable de DEA puis, je pense, comme ami tout au long de ma thèse (et, je

l'espère, au-delà...). Il est un rayon de soleil dans ce labo car son charme dévastateur n'a d'égal que ses grandes qualités humaines. Il fait partie, au même titre que Thierry et d'autres chercheurs du LEG, de cette génération de chercheurs et d'enseignants dynamiques et très impliqués dans leur travail, qui savent partager leur enthousiasme pour la recherche et la vie en général. Certainement que si je n'avais pas effectué mon DEA avec Christian, je n'aurais peut-être pas continué en thèse. Les bons échos qu'il m'a donné de Thierry avec qui je devais passer la majeure partie de ma thèse n'ont pas été étrangers au fait que j'accepte cette thèse. Tout le monde sait qu'une thèse, c'est un thésard, un sujet et un ou des encadrants. Si tous les ingrédients sont présents, on fait forcément une bonne cuisine. Je n'oublierai pas les encouragements constants de Christian et la véritable foi, si je puis dire, qu'il me porte. Ca aide indéniablement à avancer et se sentir bien. Je n'oublierai jamais cela.

Mister Mallet! Que serions-nous sans lui? Il sait tout faire et il aime aider les autres. La mécanique n'a pas plus de secrets pour lui que l'âme humaine. Je dirai que Bruno m'a aidée à grandir. Les discussions que j'ai pu avoir avec lui m'ont aidée à franchir certains moments difficiles de ma vie "professionnelle" et privée. Ces mois passés au LEG m'ont sans doute vu changer. Bruno est loin d'être étranger à cette évolution. Il a su dire à certains moments les choses qu'il fallait dire, avec le ton juste. Ce qu'il a pu m'apporter est inquantifiable et j'ai pour lui une tendresse et une reconnaissance infinies. Il est la générosité même et je suis loin d'être seule à avoir bénéficié de ses conseils avisés. Il est une figure importante de ce laboratoire pour tous les thésards qu'il croise et ses amis "permanents", même s'il s'en défend. Il mérite tout le bonheur du monde.

Et voici toute la bande des thésards du LEG :

Commençons par le céléberrissime Y.A. de Grenoble, connu sur toutes les (bonnes?) ondes radio... Y a-t-il plus bavard, plus cynique, plus baratineur, plus survolté, plus marrant et plus dévoué que le YAC? Je me demande... Pour ça, il l'a animé, le LEG. Sans doute ce mois d'août passé au LEG et ces mois de rédaction n'auraient pas été les mêmes sans lui. Il peut paraître baratineur et superficiel au premier abord, il n'en est rien. C'est une façade, au fond, il y a des choses très profondes (si, si) en lui. C'est quelqu'un de foncièrement généreux, qui répond toujours présent et a un grand sens de l'amitié. Son énergie déborde de partout, il aimerait tout faire, à fond, ce qui lui donne souvent un petit air... dispersé, dirons-nous...

Et puis voilà le Petitclairum, "encore un cachman" dans la faune leguienne. Patrice sait tout le bien que je pense des "hommes bien sous tout rapport". En voilà encore un avec qui ça bouge et dont la vie extra LEG est plutôt dense... (je peux éventuellement monailler quelques informations au Tata News). Très ouvert sur les autres, Patrice a une grande générosité qui ne peut pas laisser indifférent. Sa porte est toujours ouverte, il est toujours à l'écoute et prêt à vous proposer une sortie. A quand une première partie des Delarue avec les PAF30 et une reprise du "Fils du Singe", "63" ou "Le Vieil Homme"?...

Et enfin, la sympathique équipe :

Nouredine pour sa bonne humeur, sa gentillesse et sa disponibilité

Assia pour son dynamisme et ses multiples talents dont culinaires si mon estomac se souvient bien

Eric pour sa double vie vestimentaire

Jérôme pour dignement m'accompagner dans mes fous rires

Bérangère pour son hospitalité

Yvon pour ses "salut Poulette" et son légendaire machisme

Christine pour son dévouement à... Yvon

Laurent le joggeur fou

Pierre-Alain pour sa culture, son génie informatique et son amitié

Monique pour ses accueils chaleureux

Cathy la fille la plus sportive que j'ai jamais vue, pleine de conseils pratiques et avisés et wonder woman des temps modernes (et vive Toulouse)

Pet pour sa non-galanterie provocante en vertu de l'égalité homme-femme

P'tit Joe et the Trocante Adventures dans le froid et la neige, le pro du déménagement au dévouement sans limite (testé pour vous)

Fred l'Homme tranquille et badminton addict

Christophe pour ses discussions passionnées, son idéalisme et son côté rêveur

Bing pour ses chinoiserries, comme dirait son mari

Ahmed pour son sens des affaires

Viet Son ou KitMan le volleyeur fou

Valou the Marathon Girl pour son calme olympien

Mouhoub et Rebecca pour leur nouvelle et, je le souhaite, heureuse vie aux States

Félicité pour ses petits gâteaux

Patrick pour son soutien amical et macintoshien

Sam pour sa bonne humeur

Florence pour sa pêche et sa gentillesse

Marie-Thé pour le féminisme et son calme

Jacqueline pour sa douceur et son efficacité

Sylvie et Josianne pour s'être vaillamment attachées à la frappe de ce mémoire.

Je dois sûrement faire des "oublis", il y a tant de personnes que j' ai approchées et qui m'ont été sympathiques!...

Lors de ma vie de thésarde et depuis 25 ans déjà, j'ai eu un fan club inconditionnel qui m'a permis de me ressourcer et de garder le cap en toutes circonstances . Ce fan club, c'est ma mère, ma soeur, ma grand-mère, ma tante, qui ont toujours été là. C 'est une richesse et une force. Et merci à mon père et ma mère de m'avoir fait le cadeau d'avoir été tous deux présents pour la soutenance de cette thèse. C'était inattendu et cela m'a beaucoup touché.

Petit Lexique :

Chef ou Thierry : Thierry WAECKERLE

Tata : Catherine TALOWSKI

Le Gourou Afef : Afef KEDOUS-LEBOUC

C2 : Christophe CESTER

Florence : Florence OSSART.

Nicolas : Nicolas LABBE

Schaffou : Christian SCHAEFFER

Mister Mallet : Bruno MALLET

Y.A. de Grenoble : Yves-André CHAPUIS

Petitclairum : Patrice PETITCLAIR

Cachman : Agrégé de Cachan

Tata News : tout ce que vous avez toujours voulu savoir sur la vie intime du LEG, il suffit d'en parler à Tata...

PAF30 : Yvon, Orphée, Patrice, Laurence et Stéphane 's Rock Group

SOMMAIRE

Pages

<u>INTRODUCTION</u>	1
----------------------------------	---

<u>CHAPITRE I :</u>	
<u>PROBLEMATIQUE DE L'INTEGRATION DE L'HYSTERESIS</u>	
<u>DES TOLES MAGNETIQUES FeSi DANS LES MODELES</u>	
<u>D'AIMANTATION POUR LES LOGICIELS ELEMENTS FINIS</u>	3

I.1 LOI DE COMPORTEMENT DES TOLES MAGNETIQUES FeSi	4
---	---

I.1.1 Tôles magnétiques FeSi	4
I.1.1.1 <u>Intérêt de l'utilisation des tôles magnétiques FeSi</u>	4
I.1.1.2 <u>Plage de fréquence d'utilisation</u>	4
I.1.2 Lois d'aimantation des tôles magnétiques FeSi	5
I.1.3 Structure en domaines des tôles magnétiques FeSi	9
I.1.3.1 <u>Explication de la structure en domaines à partir de considérations</u> <u>énergétiques</u>	9
I.1.3.2 <u>Organisation de la structure en domaines</u>	11
I.1.4 Mécanismes d'aimantation	11
I.1.5 Origine physique de l'hystérésis	13
I.1.5.1 <u>Phénomènes en régime quasi-statique</u>	13
a. <i>Description de l'hystérésis par une fonction d'opposition</i>	13
b. <i>Origine des variations de la fonction d'opposition</i>	15
I.1.5.2 <u>Phénomènes en régime fréquentiel</u>	18
I.1.6 Caractéristiques de l'hystérésis des tôles FeSi commerciales	22
I.1.6.1 <u>Tôles à grains orientés</u>	22
I.1.6.2 <u>Tôles à grains non orientés</u>	23

I.2 MODELISATION DES LOIS DE COMPORTEMENT POUR LES	
LOGICIELS DE CALCUL DE CHAMP MAGNETIQUE	24

I.2.1 Axes de recherche pour les matériaux doux FeSi	24
I.2.1.1 <u>Amélioration des textures</u>	24
I.2.1.2 <u>Caractérisation fine</u>	25
I.2.1.3 <u>Modélisation des lois de comportement magnétique</u>	26

I.2.2 Proposition d'une démarche pour la modélisation des lois de comportement	27
I.2.2.1 <u>Limites des modèles de comportement utilisés actuellement dans les logiciels éléments finis</u>	27
a. <i>Description de l'anisotropie</i>	27
b. <i>Description du flux magnétique</i>	27
I.2.2.2 <u>Vers un modèle moyen scalaire champ-induction</u>	29
a. <i>Définition</i>	29
b. <i>Stratégie de conception : prise en compte de la diffusion</i>	30
c. <i>Utilisation du modèle moyen dans un logiciel éléments finis : problème posé par le champ en surface</i>	32
d. <i>Utilisation du modèle moyen pour le calcul des pertes</i>	33
I.2.3 Thèmes traités dans le cadre de ce travail	36

CHAPITRE II :

ETUDE DES MODELES HYSTERETIQUES SCALAIRES EXISTANT - CHOIX ET APPLICATION AUX TOLES COMMERCIALES FeSi

37

II.1 ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

38

II.1.1 Modèle des cycles elliptiques	38
II.1.1.1 <u>Principe du modèle</u>	38
II.1.1.2 <u>Identification des paramètres</u>	39
II.1.1.3 <u>Conclusion</u>	40
II.1.2 Modèle de Hogdon	41
II.1.2.1 <u>Le modèle</u>	41
II.1.2.2 <u>Propriétés de f et g</u>	41
II.1.2.3 <u>Solution générale de l'équation</u>	42
II.1.2.4 <u>Formes possibles de f et g pour le cas quasi-statique</u>	42
II.1.2.5 <u>Représentation des cycles mineurs</u>	43
II.1.2.6 <u>Prise en compte de la fréquence</u>	43
II.1.2.7 <u>Conclusion</u>	44
II.1.3 Modèle de Jiles	44
II.1.3.1 <u>Courbe anhystérétique</u>	44
II.1.3.2 <u>Prise en compte de l'hystérésis</u>	45
II.1.3.3 <u>Equations constitutives générales</u>	46
II.1.3.4 <u>Obtention des paramètres du modèle</u>	47
II.1.3.5 <u>Représentation des cycles mineurs</u>	48
II.1.3.6 <u>Conclusion</u>	48

II.1.4	Modèle de Bobbio	48
II.1.4.1	<u>Principe du modèle</u>	48
II.1.4.2	<u>Identification du modèle</u>	49
II.1.4.3	<u>Avantages et inconvénients du modèle</u>	50
II.1.5	Modèle de Preisach	51
II.1.5.1	<u>Modèle classique de Preisach (statique)</u>	51
a.	<i>Définition</i>	51
b.	<i>Interprétation physique du modèle</i>	51
c.	<i>Interprétation géométrique du modèle</i>	52
d.	<i>Propriétés du modèle</i>	54
e.	<i>Détermination de la fonction de Preisach</i>	55
II.1.5.2	<u>Modèles de Preisach statiques dérivés</u>	59
a.	<i>Problème de la non congruence des cycles mineurs</i>	59
b.	<i>Problème de la composante d'aimantation réversible</i>	61
II.1.5.3	<u>Modèle de Preisach dynamique</u>	63
a.	<i>Rappel sur la théorie statistique de Bertotti</i>	63
b.	<i>Définition du modèle de Preisach dynamique</i>	64
c.	<i>Paramètres du modèle</i>	65
d.	<i>Problème de contre-champ dû aux courants induits Hcl</i>	65
II.1.6	Conclusion	68

II.2 CARACTERISATION DU MODELE DE PREISACH POUR LES TOLES FeSi COMMERCIALES..... 68

II.2.1	Dispositif utilisé	69
II.2.1.1	<u>Principe de la mesure sur cadre Epstein</u>	69
II.2.1.2	<u>Mesures en quasi-statique</u>	69
II.2.1.3	<u>Mesures en régime fréquentiel</u>	70
II.2.1.4	<u>Procédure de désaimantation</u>	70
II.2.2	Modèle de Preisach statique	71
II.2.2.1	<u>Cas des tôles G.O.</u>	71
II.2.2.2	<u>Cas des tôles N.O.</u>	79
II.2.2.3	<u>Conclusion</u>	88
II.2.3	Modèle de Preisach dynamique	88
II.2.3.1	<u>Principe de la méthode</u>	88
II.2.3.2	<u>Application à 2 tôles N.O.</u>	90
a.	<i>Tôle N.O. n°1</i>	90
b.	<i>Tôle N.O. n°2</i>	91
II.2.3.3	<u>Etude métallographique</u>	92
II.2.3.4	<u>Conclusion</u>	93

CHAPITRE III :

VERS UN MODELE MOYEN $\bar{B}(H_s)$: ETUDE DES PHENOMENES DE DIFFUSION DANS LA SECTION D'UNE TOLE

	94
III.1 EQUATION DE LA DIFFUSION MAGNETIQUE DANS LA SECTION D'UNE TOLE.....	95
III.2 TRAITEMENT DU PROBLEME PAR UNE METHODE NUMERIQUE...	97
III.2.1 Rappel sur la méthode des éléments finis.....	97
III.2.2 Discrétisation en temps.....	98
III.2.3 Application de la méthode des éléments finis à l'équation discrétisée en temps.....	100
III.2.4 Traitement des non-linéarités méthode de Newton Raphson...	102
III.2.4.1 Principe de la méthode.....	102
III.2.4.2 Application au problème.....	103
III.2.5 Implantation dans la logiciel FLUX3D-2D.....	106
III.2.5.1 Traitement du pas à pas dans le temps.....	106
III.2.5.2 Traitement de l'hystérésis.....	106
III.2.6 Géométrie étudiée, conditions aux limites et maillage.....	108
III.2.7 Calcul des pertes et de l'induction moyenne.....	109
III.2.8 Remarques pratiques concernant la convergence du problème.....	109
III.3 TRAITEMENT DU PROBLEME PAR UNE METHODE ANALYTIQUE...	111
III.3.1 Principe général de la méthode.....	111
III.3.2 Résolution analytique de l'équation de la diffusion magnétique à partir d'hypothèses simplificatrices.....	112
III.3.2.1 Cas où $B_{mod}(H_s)$ est assimilé à un trapèze.....	113
III.3.2.2 Cas où $B_{mod}(H_s)$ est décrit par des portions linéaires.....	115
III.4 RESULTATS.....	118
III.4.1 Caractéristiques de la tôle étudiée.....	119
III.4.2 Comparaison expérience / simulation.....	119
III.4.2.1 Niveaux d'aimantation inférieurs à 1T.....	119
a. Calcul des pertes.....	119
b. Cycles $\bar{B}(H_s)$	122
c. Conclusion.....	126

III.4.2.2	<u>Niveaux d'aimantation supérieurs à 1T.....</u>	128
a.	<i>Calcul des pertes.....</i>	128
b.	<i>Cycles $\bar{B}(H_s)$.....</i>	128
c.	<i>Conclusion.....</i>	130
III.4.3	Approche analytique : résultats et comparaisons.....	130
III.4.3.1	<u>Comparaison de la méthode analytique de détermination du paramètre k (basses fréquences) avec le calcul numérique.....</u>	130
III.4.3.2	<u>Mise en défaut de la méthode "analytique" précédente négligeant l'hystérésis à haute fréquence.....</u>	132
III.4.3.3	<u>Résultats de la méthode analytique.....</u>	132
III.4.4	Conclusion.....	136

<u>CONCLUSION.....</u>	139
-------------------------------	-----

<u>BIBLIOGRAPHIE.....</u>	145
----------------------------------	-----

<u>ANNEXE 1.....</u>	150
<u>ANNEXE 2.....</u>	154
<u>ANNEXE 3.....</u>	158
<u>ANNEXE 4.....</u>	160

INTRODUCTION

INTRODUCTION

Les structures électrotechniques mettent en jeu des phénomènes électromagnétiques. La détermination précise du champ magnétique dans ces dispositifs a toujours été une préoccupation de l'électrotechnicien dans un but très simple : pouvoir optimiser, tant d'un point de vue technique qu'économique, le matériel utilisé.

L'essor de l'informatique a permis le calcul numérique approché des grandeurs magnétiques par résolution des équations de Maxwell qui permettent de formaliser les principes de base des différentes machines. La méthode des éléments finis, développée dans les années 70, a rendu possible cette résolution pour des géométries complexes et des conditions de travail variées.

Cependant, la représentation du comportement des matériaux constituant les dispositifs, en l'occurrence les tôles magnétiques FeSi, a toujours été extrêmement simplifiée dans les logiciels éléments finis de calcul de champ magnétique : la loi d'aimantation des matériaux est en effet souvent supposée anhystérétique et isotrope. Les raisons pour lesquelles une description aussi simple est utilisée sont que d'une part la modélisation du comportement des tôles FeSi est loin d'être aisée et que d'autre part leur prise en compte par voie numérique peut s'avérer lourde et coûteuse. Toutefois, mieux tenir compte de la réalité physique des matériaux doit permettre un calcul plus précis des grandeurs magnétiques. C'est pourquoi des efforts ont été récemment entrepris pour améliorer leur description : l'hystérésis fait partie des caractéristiques principales du matériau à intégrer. L'anisotropie est également à prendre en compte mais nous la négligeons dans notre approche.

L'hystérésis est en effet à l'origine de pertes dans le matériau au même titre que les courants induits localisés qui s'y développent à une fréquence donnée. Rendre compte de ces deux phénomènes dans un même modèle global permettrait de mieux décrire le flux véhiculé par le matériau, proportionnel à l'induction moyenne sur la section du dispositif, et du même coup les pertes. Notre travail a consisté à élaborer une démarche visant à établir un tel modèle.

La volonté de prendre en compte l'hystérésis dans les modèles de loi d'aimantation utilisés dans les logiciels éléments finis émane de la Direction des Etudes et Recherche d'Electricité de France qui, pour cela, a sollicité les compétences scientifique et technique du Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble. Ce travail a ainsi associé deux équipes du Laboratoire : l'équipe "Modélisation" qui développe des méthodes et des outils pour la Conception Assistée par Ordinateur et l'équipe "Matériaux Magnétiques" qui travaille à l'élaboration et la caractérisation des matériaux doux, et à la modélisation du comportement magnétique des tôles pour l'électrotechnique.

Le premier chapitre analyse et explique le comportement magnétique des tôles FeSi dont l'une des principales caractéristiques est d'être hystérétique. Nous opposons ensuite à cette complexité la relative simplicité de description de ces lois de comportement dans les logiciels de calcul de champ magnétique. Nous proposons alors une démarche afin d'élaborer un modèle permettant de mieux représenter le flux réel véhiculé dans les différents dispositifs.

Le deuxième chapitre présente et critique les modèles d'hystérésis existant dans la littérature. Ainsi le modèle qui nous apparaît le plus pertinent est choisi pour servir de base à notre modèle plus général qui doit intégrer les phénomènes de diffusion. La caractérisation des paramètres de ce modèle est développée et présentée pour les tôles FeSi couramment utilisées.

Le troisième et dernier chapitre développe les deux approches du traitement de la diffusion magnétique en présence d'hystérésis que nous avons définies pour établir notre modèle global : l'une est numérique et fait appel à un logiciel de calcul de champ basé sur la méthode des éléments finis, l'autre est analytique. Les résultats obtenus par ces deux méthodes sont confrontés et comparés à l'expérience pour déterminer la validité de notre démarche et dégager les perspectives de recherche sur ce domaine.

CHAPITRE I

PROBLEMATIQUE DE L'INTEGRATION DE L'HYSTERESIS

DES TOLES MAGNETIQUES FeSi

DANS LES MODELES D'AIMANTATION

POUR LES LOGICIELS ELEMENTS FINIS

C H A P I T R E I

PROBLEMATIQUE DE L'INTEGRATION DE L'HYSTERESIS DES TOLES MAGNETIQUES FeSi DANS LES MODELES D'AIMANTATION POUR LES LOGICIELS ELEMENTS FINIS

Le but de ce chapitre est : d'une part, d'expliquer le comportement hystérétique fréquentiel des tôles magnétiques FeSi utilisées en électrotechnique ; d'autre part, de réfléchir à l'intégration de cette caractéristique dans les modèles d'aimantation des logiciels de calcul de champ magnétique.

Dans une première partie, l'illustration de la diversité des lois d'aimantation permet de mettre en évidence leur caractère hystérétique fortement dépendant de la fréquence utilisée, du passé du matériau ainsi que de la direction et de la norme du champ appliqué. Pour comprendre l'origine de ce comportement macroscopique magnétique, nous nous intéressons à la structure interne des tôles FeSi et aux principaux mécanismes d'aimantation mésoscopiques. Les phénomènes physiques responsables de l'hystérésis de ces matériaux sont alors expliqués dans les cas où le champ appliqué, unidirectionnel et toujours colinéaire à l'aimantation macroscopique, varie de façon quasi-statique puis avec une fréquence quelconque. Nous précisons ensuite les caractéristiques hystérétiques des principales familles de tôles FeSi utilisées.

Une fois le comportement magnétique des tôles FeSi décrit, nous constaterons que les modèles de loi d'aimantation utilisés dans des logiciels de calcul de grandeurs magnétiques sont loin d'en représenter la complexité réelle. Nous proposerons alors une démarche afin d'élaborer un modèle qui prend en compte l'hystérésis fréquentiel du matériau : pour cela, la dynamique des parois à une fréquence de travail donnée est décrite. Un tel modèle permettra alors de représenter la répartition du flux magnétique dans les structures électrotechniques et intégrera de ce fait la diffusion magnétique se développant dans l'épaisseur des tôles utilisées. Nous soulignerons également la contribution d'un tel modèle pour le calcul des pertes fer locales (donc globales) dissipées dans les dispositifs étudiés. Cette réflexion générale nous amènera tout naturellement à définir les étapes nécessaires à notre approche, lesquelles constitueront la trame des chapitres suivants.

I.1 LOI DE COMPORTEMENT DES TOLES MAGNETIQUES FeSi

I.1.1 Tôles magnétiques FeSi

I.1.1.1 Intérêt de l'utilisation des tôles magnétiques FeSi

Les matériaux magnétiques doux constituent l'élément principal de nombreux dispositifs électrotechniques. Ces matériaux sont obtenus à partir du Fer qui présente des propriétés magnétiques remarquables : son aimantation à saturation est grande, 2,16 T à température ambiante, et sa température de Curie élevée (1043 K) fait qu'il conserve ses propriétés ferromagnétiques pour la plupart des applications électrotechniques.

Ces matériaux sont utilisés sous forme de tôles magnétiques minces afin de limiter les pertes par courants de Foucault dans les circuits. Ces tôles sont le plus souvent des alliages fer-silicium. L'introduction d'une faible concentration de Si (jusqu'à 3,2% en poids pour des fréquences d'utilisation de quelques dizaines à quelques centaines de Hz) a pour inconvénient de diminuer l'aimantation à saturation. Mais elle présente les avantages suivants : l'alliage fer-silicium a des caractéristiques mécaniques supérieures au fer pur ; le silicium étant alphagène, la structure cristallographique de l'alliage reste cubique centrée quelle que soit la température (contrairement au fer pur) ce qui permet des processus de mémoire de texture au cours des procédés métallurgiques ; la décroissance de l'anisotropie magnétocristalline favorise la nucléation de nouveaux domaines ce qui tend à diminuer le champ coercitif ; surtout, la résistivité de l'alliage est augmentée d'un facteur 4-5 par rapport au fer pur pour 3-3,4% Si, ce qui permet de réduire sensiblement les pertes par courants induits.

I.1.1.2 Plage de fréquence d'utilisation

Nous nous sommes intéressés dans cette étude aux tôles fer-silicium usuelles comportant au plus 3,2% de silicium. Ces tôles sont typiquement utilisées pour une plage de fréquence de 0 à 1 kHz. La raison est que pour une fréquence donnée, une épaisseur de tôle est requise pour des conditions de travail optimales mais au delà d'une certaine fréquence (le kHz ici), des épaisseurs suffisamment faibles ne peuvent être obtenues.

En effet, les tôles doivent présenter une épaisseur adaptée vis à vis de leur fréquence de travail afin d'utiliser leur volume de façon optimale pour véhiculer le flux magnétique et donc éviter sa concentration en surface de la tôle. Cette zone de concentration du flux est idéalisée par l'épaisseur de peau δ . On la calcule de façon classique en résolvant les équations de Maxwell dans la section des tôles en supposant une tôle semi-infinie, l'induction \vec{B} et le champ \vec{H} perpendiculaires à la section de la tôle, une loi liant \vec{B} et \vec{H} linéaire et des grandeurs variant sinusoïdalement. L'expression de δ est alors :

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{\pi f \sigma \mu}} \quad (I.1)$$

f est la fréquence (Hz), σ la conductivité ($\Omega^{-1} \text{ m}^{-1}$) et μ la perméabilité du matériau (Hm^{-1}), que l'on peut choisir égale à la pente moyenne du cycle d'hystérésis majeur quasi-statique.

Il faut garder à l'esprit que δ ne nous donne qu'une indication approchée sur la répartition du flux dans la section de la tôle. En effet, pour la calculer, on utilise des hypothèses très simplificatrices considérant une loi $B(H)$ linéaire qui ne tient pas compte des phénomènes de saturation et encore moins des phénomènes hystérétiques. Si e est l'épaisseur de la tôle, on considère que lorsque $e \ll \delta$, les grandeurs magnétiques sont homogènes dans la section et que lorsque $e \gg \delta$, le flux se concentre en surface dans l'épaisseur δ . Pour une fréquence de travail f , on choisit des tôles ayant une épaisseur e de l'ordre de l'épaisseur de peau $\delta(f)$.

En conséquence, lorsque la fréquence de travail augmente, on doit diminuer l'épaisseur des tôles utilisées. Pour des fréquences de l'ordre du kHz, des tôles de 5/100 mm d'épaisseur pour les tôles à grains orientés et de 10/100 mm pour les tôles à grains non orientés sont produites. Au-delà de cette gamme de fréquence, il faudrait utiliser des tôles d'épaisseur encore plus faible ce qui ne peut s'envisager à cause des difficultés de laminage occasionnées par la minceur de ces tôles. Au-delà de 1 kHz, on n'utilise plus les tôles fer-silicium traditionnelles (moins de 3,2% de silicium). Pour ces gammes de fréquence, il existe des matériaux doux bien plus adaptés comme les amorphes, les fer-nickel, les nanocristallins ou les alliages fer-silicium 6,5 %. Nous n'avons pas appliqué notre démarche à ces matériaux mais cela pourrait fort bien s'envisager. En conséquence, la plage de fréquence dans laquelle se place cette étude va de 0 à quelques centaines de Hz.

I.1.2 Lois d'aimantation des tôles magnétiques FeSi

Pour aimanter un matériau il faut lui fournir une énergie d'aimantation par application d'un champ magnétique d'excitation \vec{H} . Le matériau présente alors une aimantation \vec{M} qui dépend du champ magnétique \vec{H} appliqué ainsi que de l'histoire de l'aimantation du matériau. Le champ magnétique \vec{H} , l'aimantation \vec{M} et l'induction \vec{B} sont liés macroscopiquement par :

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{M} \quad (I.2)$$

μ_0 est la perméabilité du vide ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Hm}^{-1}$).

Pour les applications électrotechniques courantes, le terme $\mu_0 H$ est souvent faible et négligeable, si bien que l'aimantation \vec{M} peut être assimilée à l'induction \vec{B} . Dans la suite, nous considérerons ces grandeurs égales.

La loi d'aimantation $\vec{M}(\vec{H})$ est le résultat de processus physiques compliqués. En régime périodique permanent, cette loi $\vec{M}(\vec{H})$ décrit une courbe fermée qui constitue un cycle d'hystérésis. L'allure de ce cycle dépend de plusieurs facteurs .

* L'allure du cycle est liée à l'histoire du matériau et sera différente par exemple selon qu'on applique un champ \vec{H} à un matériau préalablement désaimanté ou à un matériau qui présente initialement une aimantation rémanente (figure I.1).

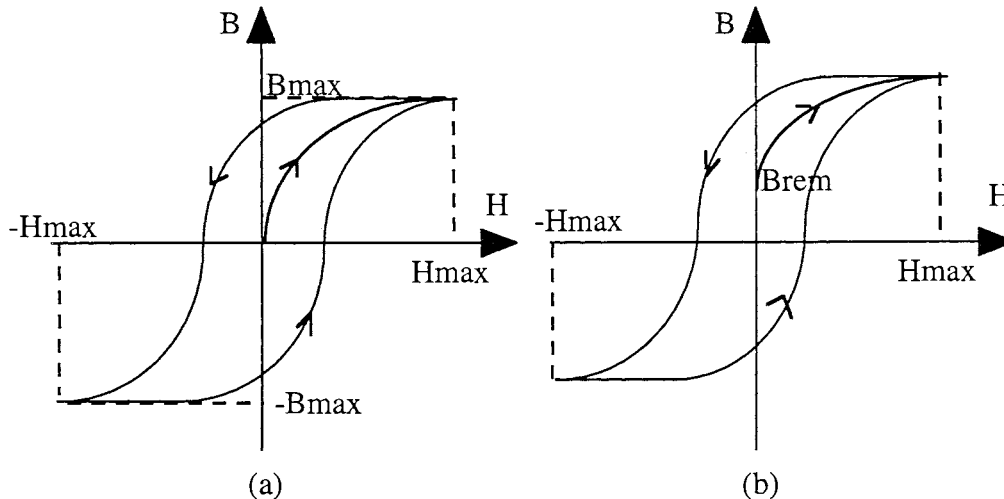


Figure I.1 : Courbes $B(H)$ décrites pour un champ \vec{H} croissant de 0 à H_{\max} puis diminuant jusqu'à $-H_{\max}$ à partir de deux histoires du matériau différentes : (a) état initial désaimanté, (b) état initial rémanent.

* Le cycle $\vec{M}(\vec{H})$ dépend aussi de la direction dans laquelle le champ \vec{H} est appliqué dans le plan de la tôle. En effet, les matériaux magnétiques doux FeSi sont anisotropes. Cette anisotropie macroscopique fait que pour une direction et une norme données du champ \vec{H} , l'aimantation \vec{M} n'est pas forcément colinéaire à \vec{H} . L'orientation des tôles est repérée par deux directions orthogonales : la direction long (ou de laminage) qui correspond généralement à la direction suivant laquelle le matériau s'aimante le plus facilement, et la direction travers. Pour ces deux directions \vec{M} et \vec{H} sont toujours colinéaires et on peut donc parler de cycles $M(H)$. Du fait de la microstructure, ces cycles $M(H)$ peuvent être très différents selon que \vec{H} est appliqué dans la direction long ou travers (figures I.2 et I.3, pour des tôles à grains orientés). Dans ce travail, nous nous intéresserons à l'hystérésis scalaire où \vec{B} et \vec{H} sont supposés colinéaires. Il serait cependant intéressant d'étudier ensuite le cas mixte où \vec{M} et \vec{H} ne sont pas colinéaires et où les phénomènes hystérétiques sont présents : il s'agit de l'hystérésis vectoriel.

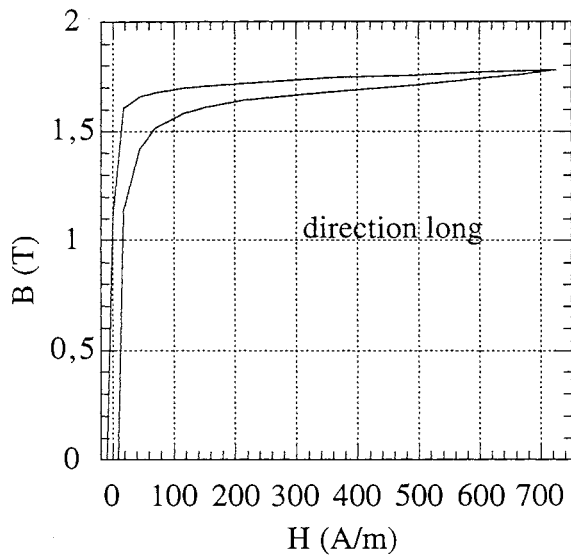


Figure I.2 : Cycle $B(H)$ dans la direction long pour une tôle à grains orientés M4X.

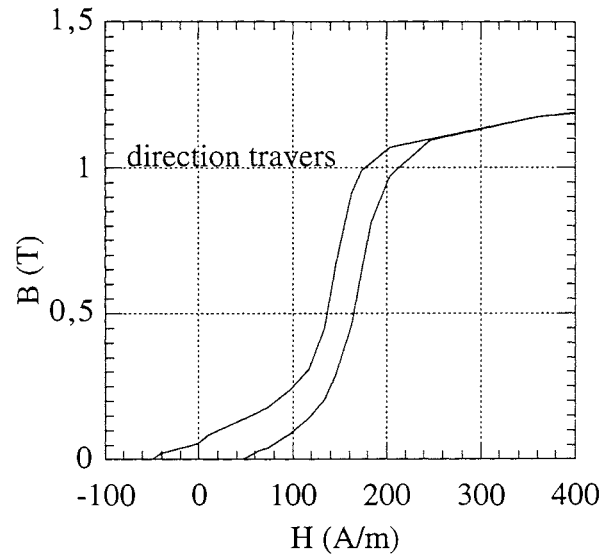


Figure I.3 : Cycle $B(H)$ dans la direction travers pour une tôle à grains orientés M4X.

* Le cycle $M(H)$ dépend également des variations du champ. Les formes obtenues peuvent être très différentes et sont fonction du taux de distorsion du signal $H(t)$ par rapport au fondamental comme le montrent les figures I.4 (présence de deux cycles mineurs) et I.5 ($B(t)$ généré par M.L.I.).

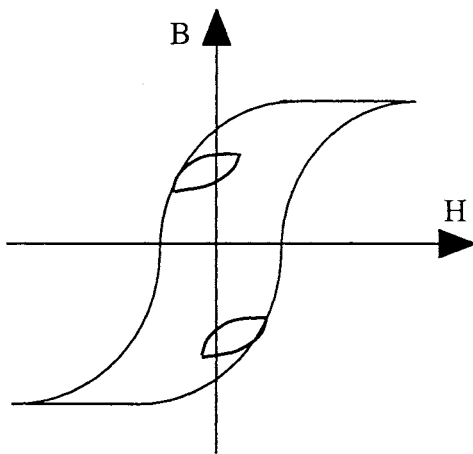


Figure I.4 : Cycle $B(H)$ présentant deux cycles mineurs.

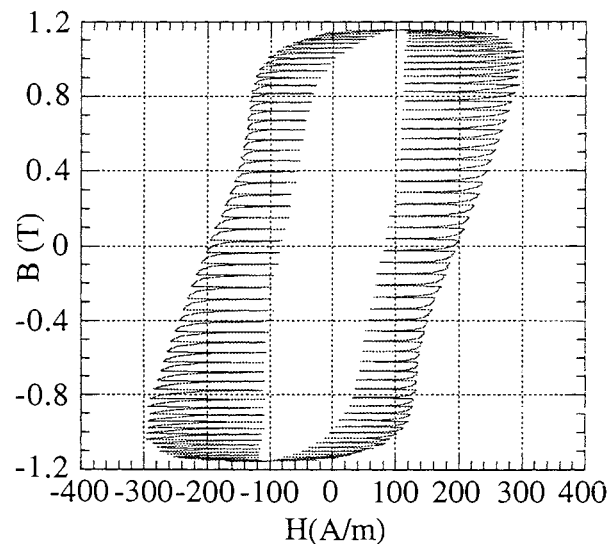


Figure I.5 : Cycle $B(H)$ relevé en présence de M.L.I.

* Enfin, la fréquence à laquelle le champ est appliqué va provoquer le développement de courants induits dans la tôle. L'aimantation M n'est plus homogène dans la section de la tôle. Il faut alors s'intéresser au flux d'induction magnétique ϕ véhiculé par la tôle, grandeur fondamentale pour l'électrotechnicien. ϕ est proportionnel à l'induction moyenne \bar{B} sur la section S de la tôle ($\phi = \bar{B} \cdot S$). Les cycles $\bar{B}(H_s)$, où H_s est le champ appliqué en surface de la tôle, diffèrent en fonction de la

fréquence (figure I.6). De façon générale, on parlera de cycles d'hystérésis $\bar{B}(H_s)$ obtenus pour une fréquence f . Lorsque la fréquence de travail de la tôle sera très faible (< 1 Hz), le cycle $B(H)$ correspondant sera appelé cycle d'hystérésis quasi-statique. A de telles fréquences, les courants induits sont négligeables, l'induction B et le champ H sont quasi-homogènes dans la section de la tôle et $\bar{B} \cong B$ et $H_s \cong H$.

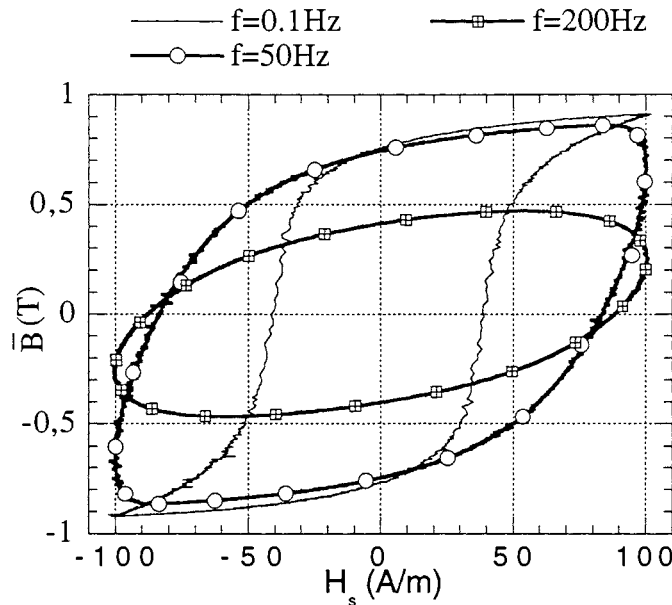


Figure I.6 : Cycles $\bar{B}(H_s)$ à différentes fréquences pour un champ en surface $H_s(t)$ imposé sinusoïdal (tôles à grains non orientés FeV 400-50 HA)

Nous venons donc d'illustrer brièvement la diversité de la loi d'aimantation macroscopique des tôles magnétiques FeSi. Dans le cas de régimes périodiques permanents sans composante continue, il s'agit de cycles d'hystérésis symétriques.

Avant d'aborder le problème de la prise en compte des lois de comportement en modélisation, rappelons quelle est la structure des matériaux magnétiques pour comprendre l'origine de ce comportement macroscopique. On expliquera à quoi est dû l'hystérésis quasi-statique, comment et pourquoi les caractéristiques hystérétiques statiques et fréquentielles sont différentes et comment les caractéristiques hystérétiques varient d'un type de tôles à un autre. Nous allons voir que la diversité des comportements macroscopiques des matériaux est la conséquence de la multiplicité de mécanismes d'aimantation relativement simples mais mis en jeu simultanément, à une échelle mésoscopique.

I.1.3 Structure en domaines des tôles magnétiques FeSi

I.1.3.1 Explication de la structure en domaines à partir de considérations énergétiques

Les tôles FeSi utilisées en électrotechnique sont des matériaux ferromagnétiques. Ces matériaux sont constitués d'un ensemble d'atomes possédant des moments magnétiques. Les influences extérieures comme l'application d'un champ \vec{H} ou l'agitation thermique provoquent la rotation de ces moments magnétiques. Tous les processus d'aimantation sont liés à la rotation des moments magnétiques. L'orientation cohérente de ces moments résulte d'un compromis énergétique. Plusieurs énergies sont mises en jeu :

- L'énergie d'échange, responsable du ferromagnétisme, c'est-à-dire de l'alignement collectif des moments atomiques. Deux moments magnétiques voisins i et j ont une énergie d'échange du type :

$$E_{ij} = - 2 J_{ij} \cdot \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j \quad (I.3)$$

avec J_{ij} : intégrale d'échange dépendant de la distance entre les porteurs i et j .

Cette intégrale est positive pour les matériaux ferromagnétiques.

\vec{S}_i, \vec{S}_j : moment de spin des atomes i et j

Pour minimiser cette énergie, \vec{S}_i et \vec{S}_j tendent à être parallèles et de même sens. Cette énergie a donc pour effet d'interdire des variations brutales d'orientation des moments. S'il n'y avait que ce type d'interactions, les moments magnétiques s'aligneraient parfaitement et le moment résultant serait le moment à saturation. Deux autres énergies viennent contrebalancer le poids de cette énergie.

- L'énergie magnétostatique.

Chaque moment magnétique est plongé dans un champ créé par ses voisins. L'énergie potentielle du système ou énergie magnétostatique se compose d'une partie variable :

$$W_m = - \frac{1}{2} \iiint_{\text{matière aimantée}} \vec{M} \cdot \vec{H}' dV \quad (I.4)$$

\vec{H}' est le champ local. En l'absence de champ appliqué, il est dû au champ démagnétisant qui trouve sa source dans la présence de masses magnétiques virtuelles, liées à la divergence locale de l'aimantation.

Imaginons un échantillon parallélépipédique aimanté uniformément (figure I.7) puis le même échantillon subdivisé en régions aimantées uniformément mais dans des sens opposés (figure I.8). La

subdivision en régions permet d'abaisser la valeur du champ démagnétisant \vec{H}' dans ces régions par rapport au premier cas. Il en résulte donc une diminution de l'énergie magnétostatique. On peut noter qu'une telle configuration a augmenté l'énergie d'échange pour les moments situés de part et d'autre de la frontière entre deux régions voisines. Ce supplément d'énergie n'est admissible que parce qu'il concerne un petit nombre d'atomes.

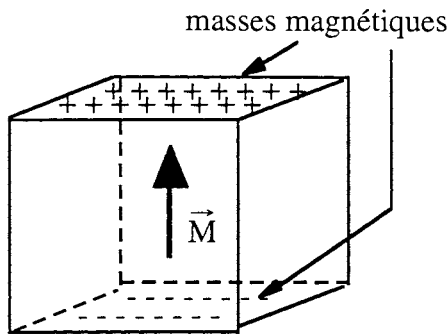


Figure I.7 : Echantillon uniformément aimanté

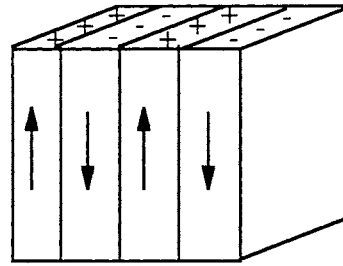


Figure I.8 : Echantillon subdivisé en régions aimantées uniformément mais dans des sens opposés

- L'énergie d'anisotropie magnétocristalline.

Les alliages fer-silicium sont des polycristaux dont la structure cristallographique est cubique centrée. Les moments magnétiques à l'intérieur d'un cristal vont s'orienter de façon préférentielle selon les directions $\langle 100 \rangle$ du cristal pour minimiser l'énergie d'anisotropie magnétocristalline définie par :

$$E_{an} \equiv K_1 (\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_2^2 \alpha_3^2 + \alpha_3^2 \alpha_1^2) \quad (I.5)$$

K_1 est la première constante d'anisotropie du matériau.

Pour le fer, $K_1 = 4.5 \cdot 10^4 \text{ J/m}^3$. Pour le Fe 3% Si, $K_1 = 3 \cdot 10^4 \text{ J/m}^3$.

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ sont les cosinus directeurs de l'aimantation à saturation \vec{M}_s par rapport aux 3 axes $\langle 100 \rangle$ du cristal.

Cette énergie est minimale quand les moments sont parallèles à un axe $\langle 100 \rangle$ du cristal.

- D'autres énergies contribuent à l'énergie interne du cristal comme l'énergie magnétoélastique qui résulte de l'interaction entre la direction de l'aimantation et les déformations du réseau cristallin. Cette énergie peut être importante et affecter la répartition des domaines dans un échantillon. Cependant, on peut considérer que les trois énergies d'échange, magnétostatique et d'anisotropie sont des énergies prépondérantes et qu'elles sont les principales sources de la subdivision du matériau en domaines élémentaires.

Comme nous l'avons vu, afin de minimiser l'énergie magnétostatique, le matériau a tendance à se diviser en domaines magnétiques élémentaires à l'intérieur desquels les moments sont tous parallèles mais ont des directions différentes d'un domaine à l'autre. Pour minimiser l'énergie d'anisotropie, ces moments s'orientent selon les axes $\langle 100 \rangle$ du cristal de façon préférentielle. Le changement des directions d'aimantation d'un domaine à son voisin se fait par rotation progressive des moments atomiques dans une zone frontière appelée paroi. La largeur de la paroi résulte d'un compromis entre l'énergie d'échange et l'énergie d'anisotropie magnétocristalline.

I.1.3.2 Organisation de la structure en domaines

Dans un cristal cubique centré avec K_1 élevée comme le fer-silicium, on distingue deux types de parois : des parois à 180° entre domaines ayant des aimantations en direction opposée, majoritaires, mais également des parois à 90° entre domaines ayant des aimantations dont les directions sont orthogonales.

Enfin, dans un polycristal, chaque cristal a une orientation propre et la fonction de distribution des orientations des cristaux définit la texture du matériau. Les cristaux ou grains sont séparés par une paroi de dislocations qui assure la cohésion du métal à l'endroit de la transition brutale d'orientation des cristaux : ce sont les joints de grains. La subdivision en domaines principaux ne permet pas d'éliminer la totalité des masses magnétiques aux joints de grains du fait de la divergence de l'aimantation. Il se crée alors des domaines inverses, en forme de "doigts de gant", qui assurent une redistribution des masses magnétiques plus favorable. Plus la texture tend vers son orientation idéale, c'est-à-dire, plus les cristaux ont des orientations proches, moins l'aimantation diverge aux joints et moins il y a de domaines secondaires (domaines inverses et de fermeture). D'autres domaines secondaires apparaissent aussi à la surface de la tôle lorsque la direction de facile aimantation $\langle 100 \rangle$ n'est pas exactement contenue dans cette surface. Ces domaines secondaires forment des structures complexes et très pénalisantes même dans des matériaux très texturés.

I.1.4 Mécanismes d'aimantation

Dans un état donné, un polycristal correspond à une certaine configuration en domaines. L'aimantation de ce polycristal résulte de la contribution des volumes respectifs associés aux familles de domaines présentant une aimantation à saturation dans une direction donnée. Ces directions sont celles des axes $\langle 100 \rangle$ du cristal. Une aimantation donnée correspond donc à plusieurs configurations en domaines possibles.

La variation d'aimantation d'un matériau sous l'action d'un champ extérieur \vec{H} correspond à la modification des volumes attribués à chaque famille de domaines. Ces volumes se modifient grâce au mouvement des parois qui séparent les domaines. Le mouvement des parois provient de la rotation des moments magnétiques atomiques constituant ces parois sous l'effet du champ appliqué. Ce champ

agit donc comme une pression sur la paroi et tend à augmenter le volume de la famille des domaines présentant une aimantation à saturation dans la direction la plus proche de celle de \vec{H} (en l'absence de phénomène anisotrope lié à la géométrie finie des tôles).

Lorsqu'un certain niveau de champ est atteint (dépendant de la microstructure), la structure du matériau est quasiment mono-domaine et la variation d'aimantation est alors due aux rotations cohérentes des moments magnétiques à l'intérieur des domaines. Ces rotations n'ont lieu que pour des champs élevés car il faut beaucoup d'énergie pour vaincre l'anisotropie magnétocristalline (champ caractéristique des processus de rotation : $\frac{K_1}{M_s}$).

On distingue ainsi trois zones sur le cycle $M(H)$ lorsqu'on aimante le matériau à saturation (cycle majeur) de façon quasi-statique (figure I.9) :

- La zone 1 correspond au déplacement des parois principales à 180° qui sont les plus mobiles.
- La zone 2 voit la fin du déplacement de ces parois principales, le début des rotations des moments magnétiques à l'intérieur des domaines et le déplacement de tous les autres types de parois (parois à 90° , parois associées aux domaines de fermeture).
- La zone 3 est associée à une courbe $B(H)$ quasiment univoque où a uniquement lieu la rotation des moments magnétiques atomiques et la disparition des domaines inverses résiduels.

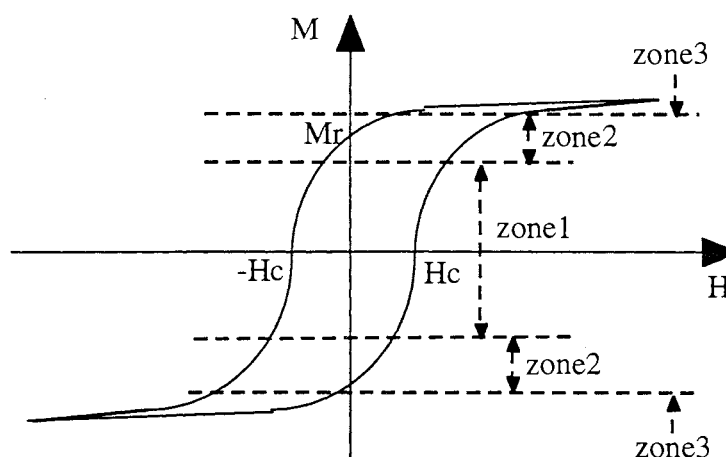


Figure I.9 : Zones faisant intervenir différents mécanismes d'aimantation sur le cycle majeur quasi-statique.

I.1.5 Origine physique de l'hystérésis

Nous venons de voir que les variations d'aimantation résultent des mouvements des parois dans le matériau pour une certaine plage de fréquence. Si les parois se déplaçaient continûment, sans être entravées dans leurs déplacements par quoi que ce soit, la courbe $M(H)$ présentée par le matériau serait bijective en régime quasi-statique.

Dans la réalité, les parois d'un matériau soumis à un champ appliqué $\vec{H}_s(t)$ en surface sont gênées dans leur progression, d'où le phénomène d'hystérésis. Nous présentons ici les cas où le champ (unidirectionnel et colinéaire à l'aimantation) est appliqué de façon quasi-statique puis avec une fréquence f .

I.1.5.1 Phénomènes en régime quasi-statique

a. Description de l'hystérésis par une fonction d'opposition

Traditionnellement, le phénomène d'hystérésis est expliqué à partir de considérations énergétiques.

On considère pour cela une paroi plane à 180° que l'on soumet à un champ \vec{H} faisant un angle θ avec la paroi (figure I.10).

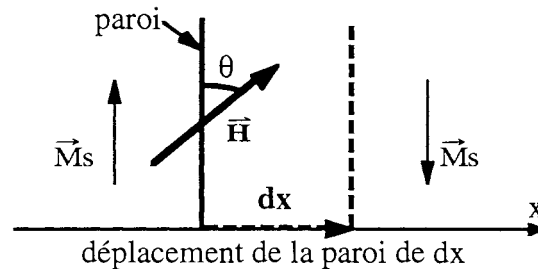


Figure I.10 : Paroi plane à 180° soumise à un champ \vec{H}

L'énergie interne totale E_T du matériau est :

$$E_T = E_H + E_{an} + E_m + E_p \quad (I.6)$$

avec E_H : énergie d'interaction avec le champ appliqué \vec{H}

E_{an} : énergie d'anisotropie magnétocristalline (nulle ici si les champs considérés ne provoquent pas la rotation des aimantations)

E_m : énergie magnétostatique

E_p : énergie de la paroi dépendant de l'intégrale d'échange et de la constante d'anisotropie magnétocristalline

Soit E_R la différence entre E_T et E_H , essentiellement constituée de l'énergie magnétostatique et de l'énergie de la paroi :

$$E_R = E_T - E_H = E_m + E_p \quad (I.7)$$

Cette énergie E_R n'est pas indépendante de la position x de la paroi. Comme nous le verrons plus en détail dans le paragraphe suivant, le déplacement de la paroi modifie en effet la répartition des masses magnétiques liées aux divergences locales de l'aimantation aux surfaces (extérieures de la tôle) et aux interfaces (joints de grains, inclusions). La figure I.11 illustre une évolution possible de $E_R(x)$.

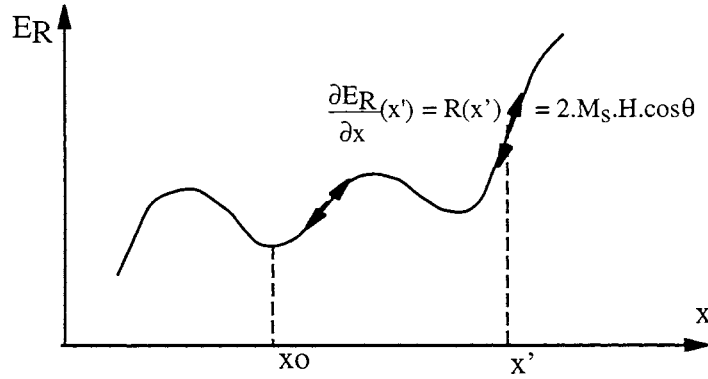


Figure I.11 : Evolution de l'énergie E_R avec la position x de la paroi

En l'absence de champ, la paroi est à l'équilibre en x_0 (figure I.11) correspondant à :

$$\frac{\partial E_R}{\partial x}(x=x_0) = 0 \quad (\text{I.8})$$

L'application du champ H conduit à un nouvel équilibre pour lequel :

$$\frac{\partial E_T}{\partial x} = 0 \quad (\text{I.9})$$

soit
$$\frac{\partial E_R}{\partial x} + \frac{\partial E_H}{\partial x} = 0 \quad (\text{I.10})$$

La variation de E_H (par unité de surface de paroi) pour le déplacement dx provoqué par le champ H vaut :

$$dE_H = - 2 M_s H \cos\theta \, dx \quad (\text{I.11})$$

Donc :

$$\frac{\partial E_R}{\partial x} = 2 M_s H \cos\theta \quad (\text{I.12})$$

$\frac{\partial E_R}{\partial x}$ est aussi appelée fonction d'opposition $R(x)$.

Tant que : $2 M_s H \cos\theta > \frac{\partial E_R}{\partial x}$, une variation d'aimantation irréversible se produit jusqu'en $x=x'$ (figure I.11).

La variation d'aimantation provoquée par un déplacement de longueur x est, par unité de surface de paroi et pour un volume total V_T :

$$\Delta M = 2 M_s \frac{dx}{V_T} \quad (\text{I.13})$$

Chaque état d'équilibre est atteint quand la pression exercée par le champ sur la paroi est équilibrée par la fonction d'opposition :

$$R(x) = 2 M_s H \cos \theta \quad (\text{I.14})$$

Ainsi, la courbe $M(H)$ obtenue pour une variation donnée de la fonction d'opposition est hystérétique (figure I.12).

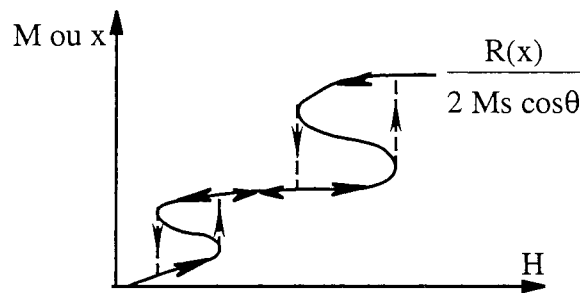


Figure I.12 : Variation d'aimantation obtenue par le déplacement d'une paroi soumise à un champ H et pour une fonction d'opposition $R(x)$ donnée.

b. Origine des variations de la fonction d'opposition

Pour de grands déplacements de parois (supérieurs à la largeur d'une paroi), les variations de $R(x)$ sont essentiellement dues aux variations d'énergie magnétostatique.

Ces variations peuvent être provoquées par :

- la présence d'impuretés dans le matériau
- le réarrangement des masses magnétiques lors du déplacement de la paroi.

Il existe des impuretés dans le matériau qui forment des inclusions non magnétiques comme les carbures, les nitrures, les oxydes, les sulfures, les silicates, etc.. Elles ont pour effet de bloquer les parois dans leur progression.

Illustrons schématiquement comment trois impuretés vont agir sur la variation d'aimantation associée à une paroi isolée soumise à l'action d'un champ \vec{H} . Dans un souci de simplification, ces impuretés

sont supposées sphériques, sans domaines secondaires associés et de tailles différentes. La présence d'impuretés génère des masses magnétiques et l'énergie magnétostatique (donc E_R) varie avec la position x de la paroi (représentation schématisée sur la figure I.13(b)). Cette énergie magnétostatique présente des minima locaux quand la paroi se trouve sur une des impuretés. On peut ainsi déduire l'évolution de la fonction d'opposition $R(x)$ des variations de $E_R(x)$ et la variation d'aimantation associée au mouvement de la paroi sous l'action d'un champ H (figure I.13(c)) à partir d'un état initial donné (figure I.13(a)). La courbe $\Delta M(H)$ obtenue est alors hystérétique.

La fonction d'opposition $R(x)$ peut également s'interpréter comme un champ d'interaction critique de la paroi $H_{cp}(x)$. La paroi doit vaincre ce champ de blocage pour se libérer des impuretés.

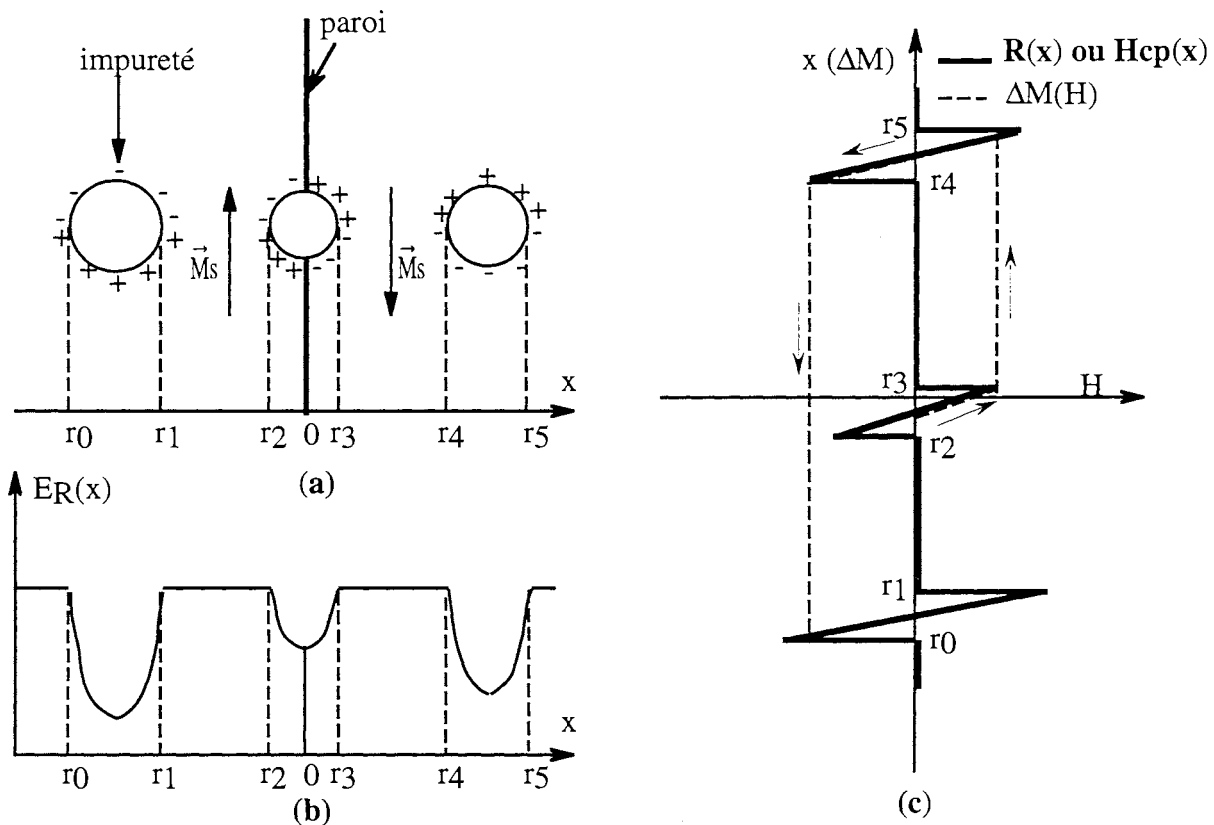


Figure I.13 : Mouvement de la paroi en présence de trois impuretés :

(a) configuration initiale

(b) variations de E_R avec la position x de la paroi

(c) évolution de la fonction d'opposition R (ou du champ critique H_{cp} de la paroi) avec x et variation d'aimantation ΔM générée en fonction du champ H appliqué.

Les impuretés étant défavorables à plus d'un titre aux tôles magnétiques, des méthodes métallurgiques ont permis de réduire considérablement leur teneur. Elles interviennent sous forme de précipités à moins de 100 ppm dans la composition chimique des tôles magnétiques actuelles et donc de façon modeste dans l'hystérésis des matériaux.

Plus que la présence d'impuretés et du fait d'une constante d'anisotropie K_1 relativement élevée, la divergence de l'aimantation aux joints de grains et en surface de la tôle est la cause principale de l'hystérésis dans le matériau. La divergence de l'aimantation aux différentes interfaces génère des masses magnétiques. Celles-ci sont d'autant plus importantes que le matériau a une "mauvaise" texture c'est-à-dire une grande désorientation de ses cristaux entre eux et/ou vis à vis des surfaces extérieures du matériau. Cela coûte une énergie magnétostatique qui est minimisée par la configuration en domaines. En particulier, il se forme des domaines secondaires (domaines de fermeture, domaines inverses) aux joints de grains et en surface qui assurent une redistribution des masses magnétiques plus favorable. Ces masses magnétiques résiduelles sont à l'origine de champs démagnétisants qui vont agir sur la paroi comme un champ de blocage. Le champ appliqué à la paroi H devra vaincre ce champ de blocage H_{cp} pour activer le mouvement de la paroi.

Quand les parois se débloquent et se déplacent, il s'ensuit un réarrangement des masses magnétiques et des domaines secondaires pour minimiser l'énergie magnétostatique associée aux nouvelles configurations. En conséquence, l'énergie magnétostatique (donc $E_R(x)$) fluctue quand la paroi se déplace et la fonction d'opposition $R(x)$ (ou champ critique de la paroi $H_{cp}(x)$) aussi. C'est donc ce phénomène de réarrangement des masses magnétiques qui est la cause principale d'hystérésis dans les tôles magnétiques.

Illustrons cela par l'étude schématique d'une paroi du matériau (figure I.14). Supposons que cette paroi soit bloquée par un champ de blocage H_{cp1} . Tant que le champ appliqué est inférieur à H_{cp1} , la paroi est bloquée et il n'y a aucune variation d'aimantation. On suppose en effet que les autres parois qui se déplacent lorsque $0 \leq H < H_{cp1}$ ne provoquent pas de réarrangement des masses magnétiques susceptible de modifier la valeur du champ de blocage H_{cp1} .

Quand H dépasse H_{cp1} , la paroi se met en mouvement. Son mouvement, ainsi que celui des autres parois, créent un réarrangement plus favorable des masses magnétiques afin que le matériau puisse véhiculer plus de flux. Ainsi, dans une plage d'induction succédant immédiatement à $H = H_{cp1}$, le

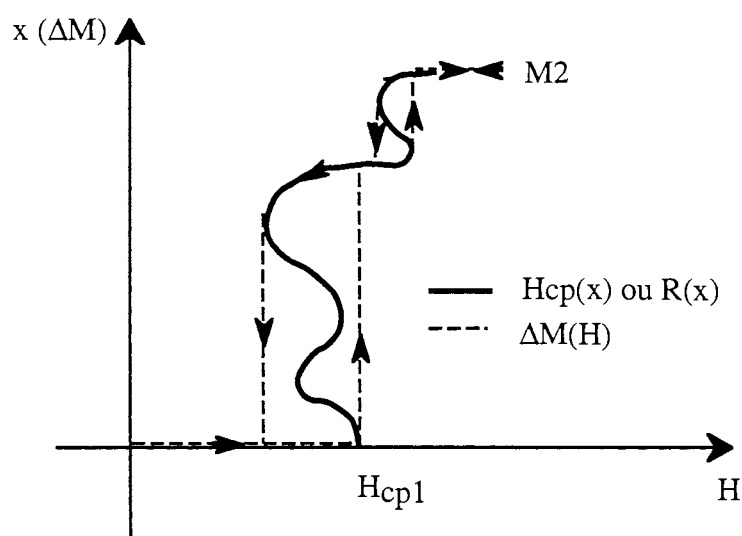


Figure I.14 : Variation du champ de blocage H_{cp} (ou fonction d'opposition R) en fonction de la position x de la paroi et variation d'aimantation résultante en fonction du champ H appliqué.

réarrangement des masses magnétiques provoque une baisse du champ de blocage H_{cp} (figure I.14). La paroi, expérimentant sur une certaine distance : $H_{cp} \leq H$, continue de progresser jusqu'à ce que le champ de blocage devienne à nouveau supérieur au champ H du fait de la gêne magnétostatique croissante liée à l'augmentation de l'aimantation. Le déplacement provoqué par l'application du champ $H=H_{cp1}$ a donc provoqué une variation brutale d'aimantation.

Si ensuite, la paroi subit un champ $H_{cp}=H$, elle se déplace continûment sous l'application du champ et ainsi de suite. Le mouvement de la paroi est donc une succession de blocages, de sauts et de mouvements continus.

Supposons que pour l'aimantation M_2 (figure I.14) la paroi soit bloquée et que le champ soit diminué. En toute rigueur, le profil de H_{cp} en un point donné du matériau dépend du temps car il est une fonction de la position de l'ensemble des parois. C'est pourquoi, pour une même abscisse x de la paroi considérée, celle-ci doit subir des champs de blocage différents suivant que H diminue ou augmente. Considérons, pour simplifier, les variations de H_{cp} identiques selon que le champ croisse ou décroisse. On voit alors que dès que $H \leq H_{cp}$, la paroi va se débloquent et créer des variations discontinues d'aimantation (figure I.14). La courbe $\Delta M(H)$ n'est donc pas bijective : le phénomène est hystérétique.

I.1.5.2 Phénomènes en régime fréquentiel

En régime quasi-statique, nous avons vu que la paroi d'un matériau subissait un champ de blocage H_{cp} qui dépendait de sa position notée x . Ce champ de blocage lui impose une succession de sauts rapides, de blocages et de progressions continues. On peut schématiser cela par la figure I.15(a). En quasi-statique, le champ H pendant un saut ne varie pas. En se déplaçant, la paroi génère des courants induits localisés. Ces courants sont faibles car le déplacement associé est petit même s'il s'effectue rapidement.

Lorsque la fréquence du champ appliqué augmente, la valeur du champ pendant les sauts de la paroi peut varier. La paroi progresse avec des sauts plus importants, générant davantage de courants induits (figure I.15(b)). La variation du champ pendant le saut est susceptible de supprimer certains blocages que la paroi subissait en régime quasi-statique.

A fréquence plus élevée encore, le profil H_{cp} supprime beaucoup de blocages. Comme l'illustre la figure I.15(c), la paroi évolue à la fréquence du champ appliqué en générant des courants induits encore plus importants que dans les deux cas précédents. Quand la variation de H s'inverse ($H < H_{max}$), la paroi continue de progresser dans le même sens jusqu'à ce que H devienne inférieur au champ critique de paroi H_{cp} . Donc la variation d'aimantation continue d'être positive quand $H_{cp} \leq H \leq H_{max}$ et $\frac{\delta H}{\delta t} < 0$.

Pour ces fréquences élevées, les variations du champ appliqué H et du champ critique H_{cp} en fonction de la position x de la paroi sont représentées lorsqu'un cycle est décrit (figure I.16(a)). La figure I.16(b) présente les variations de l'aimantation avec le champ appliqué H .

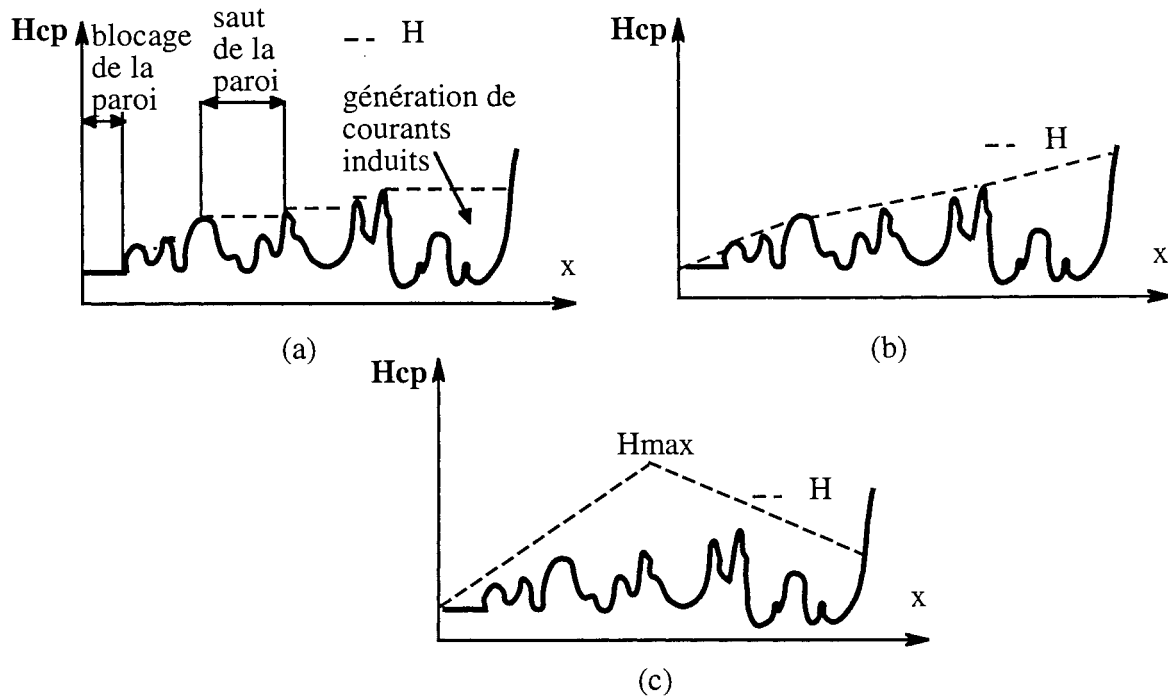


Figure I.15 : Variation du champ critique H_{cp} et du champ appliqué H en fonction de la position x de la paroi :

- (a) en quasistatique
- (b) à fréquence moyenne
- (c) à fréquence élevée.

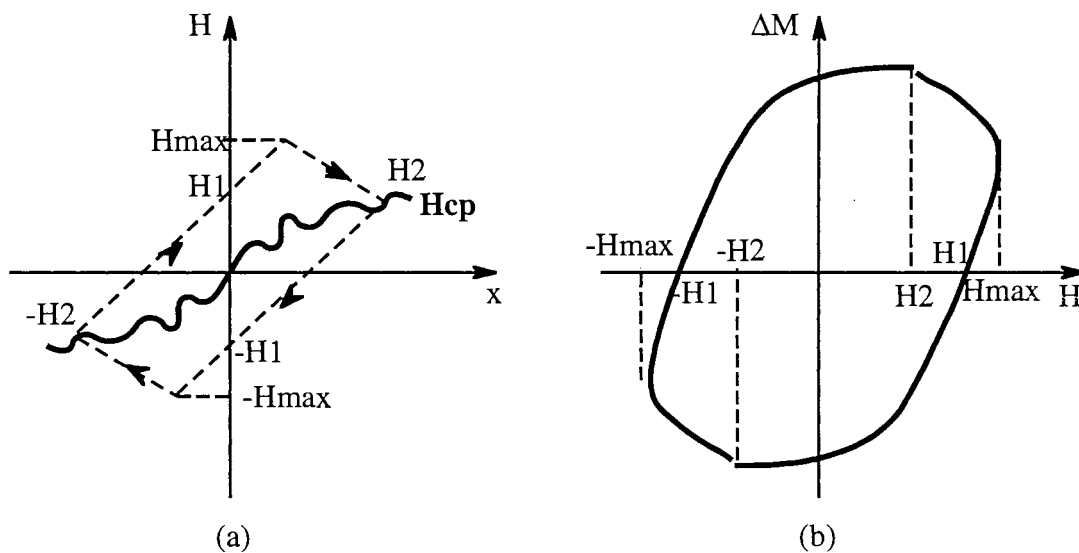


Figure I.16 : Description d'un cycle pour une fréquence élevée :

- (a) Variation du champ critique H_{cp} et du champ appliqué H en fonction de la position x de la paroi
- (b) Variation d'aimantation correspondante en fonction du champ H appliqué.

Kittel [WIL-50] a étudié la dynamique d'une paroi à 180° isolée soumise à un champ H_s à la fréquence f . Il a montré que les courants induits générés par le mouvement propre de la paroi isolée provoquait un effet d'amortissement sur cette paroi. L'équation de la dynamique de cette paroi est :

$$v = \eta \cdot [H_s(t) - H_{cp}] \text{ quand } H \geq H_{cp} \quad (I.15)$$

v est la vitesse de la paroi, η est le facteur d'amortissement dû aux courants induits défini par :

$$\eta = \frac{1}{2.M_s.\sigma.G.e} \quad (I.16)$$

M_s est l'aimantation à saturation, σ la conductivité et e l'épaisseur de la tôle. G vaut :

$$G = \frac{4}{\pi^3} \sum_{\text{impair}} \frac{1}{m^3} \# 0.136 \quad (I.17)$$

La paroi étudiée appartenait à un monocristal en forme de cadre rectangulaire avec des cotés parallèles à deux directions de facile aimantation et des joints à 45° ne générant donc aucune masse magnétique. H_{cp} n'est alors dû qu'à l'interaction des moments magnétiques en rotation dans la paroi avec la surface du cadre. H_{cp} est en conséquence très faible et constant sur la largeur du cadre. Il vaut H_c quand la paroi se déplace dans le sens des x positifs et $-H_c$ dans le sens des x négatifs (figure I.17(a)).

Le déplacement élémentaire de la paroi dx et la variation dM d'aimantation associée étant liés par la relation :

$$dM = \frac{dx.M_s}{b}, \quad (I.18)$$

où $2b$ est la largeur du cadre, on peut exprimer à partir de (I.15) les variations temporelles de l'aimantation associée à la paroi pour un champ appliqué sinusoïdal $H_s(t)$:

$$\begin{aligned} M(t) &= M_0 && \text{pour } 0 \leq t \leq t_1 \\ M(t) &= M_0 + \frac{1}{2be\sigma G} \left[\frac{H_m}{\omega} * (\cos \omega t_1 - \cos \omega t) + H_{cp} * (t_1 - t) \right] && \text{pour } t_1 \leq t \leq t_2 \\ M(t) &= M_0 + \frac{1}{2be\sigma G} \left[\frac{H_m}{\omega} * (\cos \omega t_1 - \cos \omega t_2) + H_{cp} * (t_1 - t_2) \right] = M_1 && \text{pour } t_2 \leq t \leq t_3 \\ M(t) &= M_1 + \frac{1}{2be\sigma G} \left[\frac{H_m}{\omega} * (\cos \omega t_3 - \cos \omega t) + H_{cp} * (t_3 - t) \right] && \text{pour } t_3 \leq t \leq t_4 \\ M(t) &= M_0 && \text{pour } t_4 \leq t \leq T \end{aligned} \quad (I.19)$$

$$\text{avec } H_s(t) = H_{\max} \sin \omega t \quad (I.20)$$

où H_{\max} est l'amplitude du champ appliqué en surface (A/m)

ω est la pulsation (rad.s⁻¹)

et (t_1, t_3) sont tels que $H_c = H_{\max} \sin \omega t_1 = H_{\max} \sin \omega t_3$

(t_2, t_4) sont tels que $-H_c = H_{\max} \sin \omega t_2 = H_{\max} \sin \omega t_4$

et T est la période (s)

La figure I.17(a) représente l'évolution schématique du champ appliqué H en fonction de la position x de la paroi pour deux fréquences f_1 et f_2 ($f_2 \gg f_1$), un sens des x croissants.

La paroi est initialement en $x = -b$. On rappelle que lorsque la paroi progresse dans le sens des x croissants, son champ de blocage H_{cp} est constant et vaut H_c ($-H_c$ pour le sens décroissant).

Quand la fréquence est grande ($f=f_2$), le champ varie rapidement vis-à-vis de la position de la paroi : il peut avoir atteint son champ maximum H_{max} et être redevenu inférieur au champ de blocage H_c avant que la paroi n'ait atteint le bord du cadre ($x = b$) : la paroi n'a alors progressé que jusqu'en $x = x_1$. La variation d'aimantation associée est donc plus faible que pour le cas où $f = f_1$ pour lequel la paroi est en $x = b$ pour $H = H_1 > H_c$.

La courbe $M(H)$ correspondante est représentée sur la figure I.17(b) pour les deux fréquences.

Pour des fréquences de l'ordre de grandeur de f_1 , le champ critique H_1 augmente avec la fréquence : la courbe $M(H)$ obtenue a donc son champ "coercitif" qui croît avec la fréquence.

Pour des fréquences de l'ordre de grandeur de f_2 , plus la fréquence augmente, plus $(M_1 - M_0)$ est faible. Donc la fréquence a pour effet d'atténuer la variation d'aimantation associée à une paroi isolée.

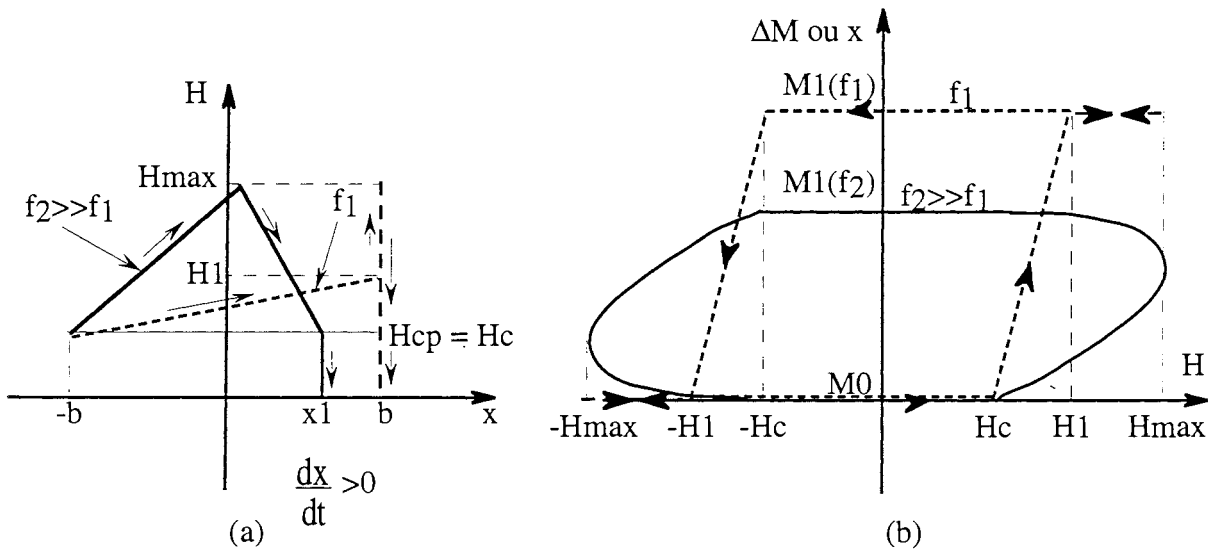


Figure I.17 : Evolution de la paroi isolée à 180° sur la largeur $2b$ du cadre pour deux fréquences f_1 et f_2 ($f_2 \gg f_1$) : (a) évolution du champ en fonction de x et de f , (b) évolution de $M(H)$ avec f .

Evidemment, les choses sont plus complexes lorsqu'on s'intéresse à une paroi évoluant au sein du matériau réel. On a vu que le champ H_{cp} était susceptible de varier avec x à cause de la présence et de la recombinaison des masses magnétiques. L'autre point important est que les autres parois génèrent aussi des courants induits localisés en se déplaçant. Ces courants induits créent un contre-champ $H_{ci}(t)$ qui se retranche au champ appliqué $H_s(t)$. Le champ local qui agit sur la paroi est alors :

$$H(t) = H_s(t) - H_{ci}(t) \quad (I.21)$$

L'équation de Kittel pourrait alors se généraliser selon :

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \frac{1}{2be\sigma G} \cdot \{H_s(t) - H_{ci}(t) - H_{cp}(t)\} \text{ quand } H(t) \geq H_{cp}(t) \quad (I.22)$$

La fréquence a donc un effet double : elle provoque l'amortissement du mouvement des parois ; par ailleurs, le champ local que subit une paroi est lié aux autres parois par le biais d'un contre-champ $H_{ci}(t)$ dû aux courants induits créés par ces autres parois. Ceci explique l'allure des cycles $\bar{B}(H_s)$ relevés expérimentalement en régime fréquentiel qui traduisent globalement la difficulté du matériau à véhiculer le flux.

I.1.6 Caractéristiques de l'hystérésis des tôles FeSi commerciales

I.1.6.1 Tôles à grains orientés

Les tôles à grains orientés (notées G.O.) à texture dite de "Goss" présentent une forte anisotropie car l'ensemble des cristaux sont orientés (110)[001] ce qui privilégie la direction de laminage comme axe macroscopique de facile aimantation. La dispersion angulaire autour de l'orientation idéale est en moyenne de 7 à 8° pour les tôles conventionnelles. Les tôles à haute perméabilité, appelées "HIB", mises au point par Nippon Steel, ont permis d'obtenir une dispersion de 3 à 4°. Ces matériaux, à forte texture, s'aimantent très facilement lorsqu'on applique un champ dans leur direction de laminage : l'induction obtenue pour un champ de 800 A/m est de l'ordre de $B_{800} = 1,8$ T. En revanche, dans la direction travers, on obtient pour un même champ une induction de 1,3 T.

Du fait des processus métallurgiques mis en oeuvre pour leur obtention, ces tôles présentent de gros grains, souvent de taille bien plus importante que l'épaisseur des tôles, c'est-à-dire de l'ordre du mm voire du cm. La largeur des domaines magnétiques est alors très grande. La texture des tôles G.O. implique un champ coercitif (associé au cycle quasi-statique majeur) assez faible, de l'ordre de 10 A/m. Les cycles quasi-statiques présentés par de telles tôles sont fins.

L'ensemble des propriétés magnétiques des G.O. sont rappelées dans le tableau I.1.

Qualités	Epaisseur (mm)	Hc (A/m)	B(T) pour 800 A/m	Pertes (W/kg) à 50 Hz			Taille des grains (mm)
				W 1.5//	W 1.5⊥	W 1.7//	
Conventionnelles ----- M6	0,35	10	1,78	1,05	3,3	1,55	2 à 5
M4							
Texture améliorée ----- M2H	0,28	8-10	1,84	0,86	3,5	1,3	
RG6H	0,3	6-8	1,91	0,82	3,6	1,12	5 à 30
	0,3	6-8	1,91	0,76	3,65	1,04	

Tableau I.1 : Caractéristiques magnétiques des tôles à grains orientés [BRI-87]

Les tôles G.O. sont utilisées dans des circuits magnétiques où le flux doit circuler à tout instant dans une même direction. Leur utilisation dans la direction de laminage permet d'obtenir des inductions importantes pour un champ faible comparativement aux tôles non orientées (notées N.O.). C'est ainsi que les tôles G.O. sont utilisées dans les transformateurs de puissance depuis le début des années 40.

I.1.6.2 Tôles à grains non orientés (N.O.)

Leur appellation laisse à penser que la distribution de l'orientation des grains est théoriquement aléatoire, ce qui équivaudrait à un matériau magnétiquement et macroscopiquement isotrope. En réalité, les processus d'obtention de ces tôles conduisent à une anisotropie non négligeable : ainsi, il existe un écart relatif d'environ 20% entre les pertes que l'on mesure dans la direction de laminage et dans la direction travers. Du fait de la désorientation des cristaux, B800 dans la direction long est plus faible que pour les tôles GO et de l'ordre de 1.4 T.

La taille des grains étant petite (entre 50 et 250 μm de diamètre moyen) et la désorientation du flux aux joints de grain importante, le champ coercitif de ces tôles est grand par rapport aux tôles G.O., de l'ordre de plusieurs dizaines d'A/m. Par rapport aux tôles G.O., le cycle $\bar{B}(H_s)$ associé aux pertes totales dans le matériau est également plus important comme en témoigne la mesure des pertes à 50 Hz et induction maximum 1.5 T dans le cas du FeV 400-50 HA : 4 W/kg. Globalement, les pertes des tôles G.O. sont inférieures à celles des tôles N.O dans la direction long.

Le tableau I.2 rappelle l'ensemble des caractéristiques magnétiques des tôles N.O.

Les tôles N.O. sont utilisées pour leur comportement magnétique assez isotrope dans les machines tournantes de petite, moyenne et grosse puissances. Elles sont aussi utilisées dans des transformateurs de petite puissance, obtenus par poinçonnage.

Qualités	FeV 250-35 HA	FeV 400-50 HA	FeV 1000-65 HA
Epaisseur (mm)	0,35	0,5	0,65
Pertes à 50 Hz pour B=1.5 T (W/kg)	2,5	4	10
Pertes à 50 Hz pour B = 1 T (W/kg)	1	1,7	4,4
B(T) pour H=2500 A/m	1,49	1,51	1,58
B(T) pour H=5000 A/m	1,6	1,61	1,68
B(T) pour H=10000 A/m	1,71	1,72	1,78

Tableau I.2 : Caractéristiques des tôles à grains non orientés [BAV-92]

I.2 MODELISATION DES LOIS DE COMPORTEMENT POUR LES LOGICIELS DE CALCUL DE CHAMP MAGNETIQUE

Après avoir présenté et expliqué les caractéristiques des lois de comportement des tôles FeSi, nous nous intéressons aux voies de recherche que suscitent ces matériaux. En ce qui concerne l'amélioration des propriétés magnétiques, nous allons voir que les plus grosses avancées ont déjà été faites et que la recherche à fournir concerne plus l'amélioration de la rentabilité des procédés industriels et métallurgiques. La caractérisation des matériaux, voie classique et nécessaire, demeure un thème d'actualité notamment pour étudier finement le comportement des tôles dans leurs conditions réelles de fonctionnement. Récemment, des efforts se sont concentrés sur la modélisation des lois de comportement de ces matériaux et leur intégration dans des logiciels de calcul de champ magnétique. Nous en soulignons ici l'intérêt. Nous constaterons ensuite la trop grande simplicité de représentation de la loi $\vec{B}(\vec{H})$ dans de tels logiciels, ce qui nous amènera à définir le modèle en quelque sorte idéal qui permettrait de décrire au mieux la circulation du flux dans les dispositifs électrotechniques. Nous proposons une démarche pour aller vers un tel modèle supposé pour commencer scalaire (\vec{B} et \vec{H} colinéaires). Nous en soulignons les limites possibles et son application au calcul des pertes dans les structures. Enfin dans le cadre de cette démarche générale, nous exposons les thèmes que nous avons plus particulièrement étudiés.

I.2.1 Axes de recherche pour les matériaux doux FeSi

I.2.1.1 Amélioration des textures

En ce qui concerne les tôles G.O., l'effort s'est concentré sur le resserrement de la texture et a abouti à l'obtention des tôles HIB par Nippon Steel. Gagner encore sur la texture semble aujourd'hui de peu d'intérêt puisqu'il a été montré depuis longtemps que $2,5^\circ$ de désorientation moyenne était le meilleur compromis pertes/perméabilité pour les propriétés magnétiques. L'amélioration des tôles haute perméabilité passe surtout par la diminution des pertes par courants induits ce qui peut être obtenu notamment par les techniques de scratching. Le scratching permet en effet la génération de parois ce qui a pour conséquence, comme l'ont montré Pry et Bean [PRY-58], de diminuer les pertes par courants induits. La recherche pour l'amélioration du comportement magnétique des G.O. tend donc vers les limites intrinsèques du matériau. Le travail d'investigation concerne à présent davantage le contrôle de la texture dans les procédés industriels afin d'augmenter la rentabilité de la production et l'homogénéité de telles tôles. Ce travail incombe donc plus, vu l'investissement en moyens techniques et humains qu'il nécessite, aux centres de recherche des grands groupes métallurgiques qu'aux laboratoires publics de recherche.

L'autre axe important de recherche a trait à l'obtention des textures planaires $\{100\}\langle 0vw \rangle$ et cubiques $\{100\}\langle 001 \rangle$.

L'idéal pour un matériau magnétique serait de présenter une bonne perméabilité dans toutes les directions du plan de la tôle. Le fer et ses alliages cristallisant dans une structure cubique centrée et

ayant une constante d'anisotropie K_1 positive pour $0 \leq \% \text{ Si} \leq 3$, seules deux directions de facile aimantation peuvent être réellement exploitées dans le plan de la tôle. C'est pourquoi des procédés métallurgiques ont été étudiés pour contrôler la texture du matériau et utiliser au mieux ces deux directions. L'obtention d'une texture planaire $\{100\}\langle\text{ovw}\rangle$ permet de réduire les pertes par champ tournant mises en évidence à la base des dents des stators des machines tournantes. En effet, les cubes du cristal présentent deux axes dans le plan des tôles et le plan (100) est le plan de plus facile rotation du cristal. La désorientation de la texture planaire permet d'obtenir les mêmes propriétés magnétiques dans toutes les directions de la tôle avec une meilleure induction que les tôles N.O.. Dans le cas où l'on veut obtenir un matériau plus performant du point de vue induction dans les directions long et travers, la texture cubique $\{100\}\langle 001 \rangle$ est la plus intéressante et ses procédés d'obtention ont été étudiés [MEK-The-94]. Cette texture pourrait être utilisée pour des circuits magnétiques utilisant préférentiellement les directions long et travers pour la circulation du flux, ce qui est le cas des secteurs de turboalternateurs et des petits transformateurs (poinçonnés).

Pour ces textures encore, l'effort de recherche se concentre sur la mise en œuvre et l'étude de la rentabilité des processus industriels métallurgiques nécessaires.

Globalement, on peut conclure qu'à l'heure actuelle, l'initiative visant à améliorer les propriétés magnétiques des tôles fer-silicium est dans le camp des industriels tout autant que la mise en œuvre la plus rentable des procédés d'obtention de ces tôles.

I.2.1.2 Caractérisation fine

On comprend l'intérêt de la caractérisation fine des matériaux pour déterminer quantitativement leurs performances magnétiques en vue d'applications précises.

Cette activité de caractérisation requiert la maîtrise d'outils informatiques permettant l'élaboration, l'automatisation et la fiabilité des mesures, des connaissances pointues en instrumentation et en magnétisme afin d'étudier de façon approfondie et de mettre au point des bancs de mesure les plus précis possibles et les mieux adaptés aux projets de recherche.

Ainsi, des mesures non conventionnelles de la perméabilité et des pertes ont pu être menées, en régime fréquentiel, sous l'application d'un champ $\vec{H}_s(t)$ ou d'une induction moyenne (sur la section des tôles) $\vec{B}(t)$ afin de mettre en situation le matériau.

Un cadre à une bande a été également mis au point pour permettre l'utilisation de tôles plus larges que celles utilisées dans le cadre Epstein. L'échantillon est donc plus représentatif du comportement du matériau. D'autre part, il n'est plus nécessaire de découper et recuire les tôles pour éliminer les contraintes comme dans le cas du cadre Epstein. Ce cadre est donc plus pratique d'utilisation. Il permet notamment la mesure de tôles haute perméabilité ayant subi un scratching, ce qui n'est pas possible avec le cadre Epstein car le recuit imposé détruirait l'effet du scratching.

Enfin, de gros efforts ont été entrepris afin d'élaborer des dispositifs de mesure en "champ tournant" et de caractériser le comportement anisotrope des tôles.

L'activité de caractérisation permet donc d'évaluer les caractéristiques magnétiques des nouveaux matériaux et d'offrir aux utilisateurs de matériaux plus conventionnels une étude complète permettant de les orienter dans leur choix.

I.2.1.3 Modélisation des lois de comportement magnétique

La modélisation des lois de comportement a pour but de mieux prendre en compte les caractéristiques magnétiques des matériaux. Elle se situe donc au carrefour des deux axes de recherche précédemment cités : premièrement en permettant de quantifier par simulation l'apport de nouveaux matériaux dans des structures électrotechniques complexes ; ensuite, en s'appuyant sur des données fournies par la caractérisation pour élaborer et valider les modèles.

La modélisation des lois de comportement présente plus généralement un double intérêt :

- Le premier est purement théorique et concerne la meilleure compréhension des mécanismes d'aimantation qui passe bien souvent par un choix et une représentation judicieux des phénomènes physiques prépondérants. En effet, la multiplicité des mécanismes d'aimantation mis en jeu ne permet pas une mise en équation simple des phénomènes. Un certain recul s'impose afin d'élaborer un modèle, procédure que l'on veut à la fois simple et précise pour rendre compte des phénomènes macroscopiques. Toute la difficulté de la modélisation du comportement magnétique des tôles pour l'électrotechnique réside en ce point : trouver une représentation macroscopique pertinente du comportement magnétique d'un système complexe (la tôle) qui rassemble plusieurs mécanismes microscopiques relativement simples et bien connus.

- Le deuxième intérêt de la modélisation des lois de comportement est leur intégration dans des logiciels de calcul magnétique. Le calcul numérique des grandeurs magnétiques sur des structures complexes s'est développé depuis une vingtaine d'années et a vraiment connu son essor grâce à la méthode des éléments finis. Le but de tels outils est de donner à l'électrotechnicien la connaissance de la répartition de l'induction \vec{B} dans un dispositif donné donc le flux d'induction magnétique Φ . Ce calcul bien que primordial n'est pas une fin en soi : il est surtout une étape vers la détermination de grandeurs globales dérivées du flux comme le couple Γ , les inductances L et les mutuelles M , les densités locales de courants induits \vec{J} , etc ... Il peut être également le point de départ d'un calcul a posteriori des pertes à partir d'un modèle lorsque la loi de représentation $\vec{B}(\vec{H})$ utilisée ne décrit pas suffisamment bien les processus dissipatifs, ce qui est le cas à l'heure actuelle. Il est à remarquer que la validité de cette dernière approche est totalement liée au degré d'exactitude des hypothèses simplificatrices faites sur la loi $\vec{B}(\vec{H})$ pour le précalcul des grandeurs magnétiques.

Ainsi, l'électrotechnicien a à sa disposition un outil de simulation qui va l'aider pour la conception et l'optimisation de structures. Comme nous l'avons souligné également plus haut, cet outil va lui permettre une meilleure utilisation des divers types de matériaux s'il est capable d'en restituer les caractéristiques fondamentales : anisotropie, hystérésis statique et comportement fréquentiel. Très

souvent, l'expérimentation et la construction d'un prototype viennent en phase finale pour sanctionner l'étude en simulation préalable.

I.2.2 Proposition d'une démarche pour la modélisation des lois de comportement

Les logiciels de calcul numérique magnétique basés sur la méthode éléments finis (logiciels éléments finis) utilisent les équations de Maxwell qui elles-mêmes nécessitent une description de la loi liant l'induction \vec{B} au champ \vec{H} dans le matériau. Qui connaît la complexité illustrée au I.1.2 de la loi liant \vec{B} et \vec{H} dans les tôles FeSi peut s'étonner de la simplicité avec laquelle cette loi est décrite dans de tels logiciels.

I.2.2.1 Limites des modèles de comportement utilisés actuellement dans les logiciels éléments finis

a. Description de l'anisotropie

Les modèles de représentation de la loi $\vec{B}(\vec{H})$ sont généralement considérés isotropes. Ils ne peuvent pas représenter la rotation du champ \vec{H} par rapport à \vec{B} en certains points des structures (stators des machines, joints des transformateurs) en fonction des matériaux utilisés (G.O., N.O., cubiques).

Des modèles anisotropes anhystérétiques existent dans la littérature et le modèle dit de coénergie, basé sur des considérations thermodynamiques, a été amélioré et intégré récemment dans le logiciel éléments finis FLUX3D-2D au Laboratoire [PER-The-94]. Il a permis de décrire la rotation du champ aux joints des culasses des transformateurs découpés. Il a également permis de mettre en évidence les apports de la texture cubique dans les cas utilisés précédemment cités.

En revanche, peu de modèles ont été développés pour décrire à la fois les phénomènes d'hystérésis et d'anisotropie.

b. Description du flux magnétique

Les circuits magnétiques des dispositifs électrotechniques sont constitués d'un feuilletage de tôles (figure I.18) afin d'éviter le développement massif de courants induits à l'origine d'échauffement et de pertes. Hormis des cas précis, l'étude de ces structures en modélisation est bidimensionnelle : la coupe où sont calculées les grandeurs magnétiques correspond au plan des tôles (OXY). Cela implique que les grandeurs calculées en un point (x_1, y_1) sont supposées identiques pour toutes les profondeurs (x_1, y_1, z) de la section (OXZ) du circuit magnétique :

$$H(x, y)_{\text{calculé}} = H(x, y, z), \forall z \quad (\text{I.23})$$

D'autre part, le fait que le circuit n'est pas massif est pris en compte en résolvant un problème avec les équations de la magnétostatique donc en considérant les courants induits (qui sont normaux au plan d'étude) nuls.

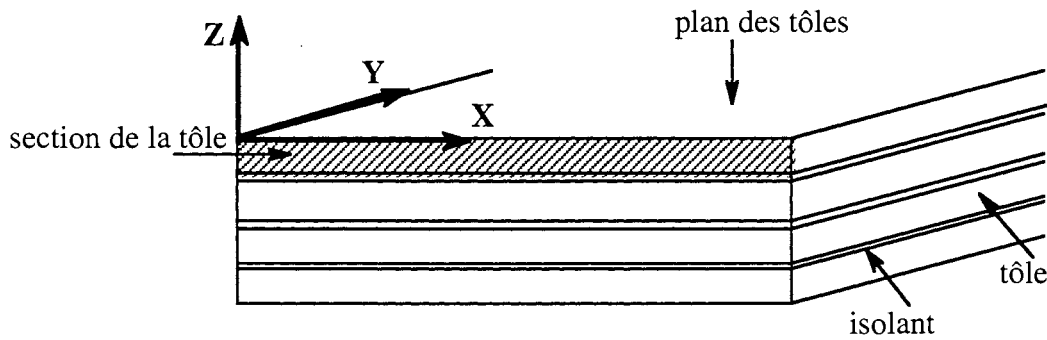


Figure I.18 : Circuit magnétique feuilleté.

Cette homogénéisation des phénomènes fait que l'induction calculée en un point (x,y) peut s'interpréter comme l'induction moyenne en (x,y) sur la section des tôles (suivant OZ). Elle devrait donc rendre compte de l'évolution du flux au travers la section de la tôle (OXZ). En quasi-statique, la relation $\vec{B}(\vec{H})$ en tout point (x,y) devrait décrire l'hystérésis statique du matériau. Lorsqu'on travaille à fréquence donnée, le modèle utilisé pour cette étude bidimensionnelle dans le plan des tôles (OXY), devrait tenir compte, en plus du caractère hystérétique, des phénomènes de diffusion du flux dans la section des tôles (plan OXZ). Ce phénomène de diffusion est dû dans la réalité aux courants induits locaux qui vont agir de façon double sur le déplacement des parois : les courants induits générés par la paroi elle-même vont avoir un effet d'amortissement sur le mouvement de cette paroi ; d'autre part, les courants induits dus aux autres parois vont créer un contre-champ noté H_{ci} venant se retrancher au champ appliqué H_s . C'est le champ résultant $(H-H_{ci})$ qui s'appliquera à la paroi.

Si l'on veut bien décrire le flux traversant la section (OXZ), il faut donc utiliser un modèle général $\vec{B}(\vec{H}_s)$ donnant l'induction moyenne sur la section \vec{B} en fonction du champ appliqué en surface des tôles. Or, il se trouve que les modèles de loi de comportement $\vec{B}(\vec{H})$ utilisés dans les logiciels éléments finis sont anhystérétiques, linéaires ou non linéaires. On est donc bien loin de la réalité physique car ni l'hystérésis, ni l'effet des courants induits se développant à la fréquence f sur le mouvement des parois n'est pris en compte.

Par ailleurs, utiliser comme modèle de représentation, dans le plan d'étude (OXY), une loi d'hystérésis statique au lieu d'une loi anhystérétique peut constituer une première approche mais n'est pas satisfaisant. Pour en juger, la figure I.19 présente le cycle $\vec{B}(H_s)$ mesuré sur des tôles de type N.O. dans un cadre Epstein : le champ en surface est imposé dans la direction long pour des fréquences faible (0.1 Hz) et habituelle de travail (50 Hz correspondant à $e \neq \delta$). La différence entre les deux cycles provient du développement des courants induits dus à la fréquence et leur effet sur le mouvement des parois. La modification du cycle $\vec{B}(H_s)$ par rapport au cycle quasi-statique augmente avec la fréquence. Or il arrive souvent que les tôles soient utilisées à des fréquences plus grandes que leur fréquence normale de travail car l'utilisation de tôles plus fines est soit trop coûteuse soit impossible. D'autre part, du fait de l'utilisation en amont des machines de convertisseurs statiques, de nombreux harmoniques sont présents dans les formes d'ondes appliquées aux tôles et conduisent

celles-ci à travailler avec des variations magnétiques temporelles plus grandes que celles correspondant à la fréquence normale de travail.

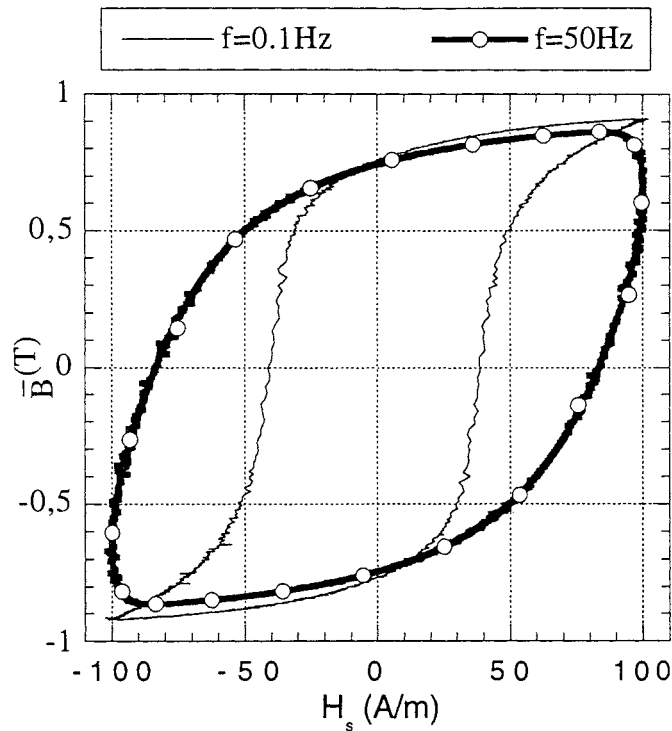


Figure I.19 : Cycle $\bar{B}(H_s)$ relevé pour un champ sinusoïdal imposé dans la direction long à 0,1Hz et 50Hz, fréquence habituelle de travail pour la tôle NO FeV 400-50 HA considérée (épaisseur $e = 500\mu\text{m}$)

Pour ces raisons, le modèle à établir, dit "modèle moyen" $\vec{B}(\vec{H}_s)$, doit prendre en compte, en plus du phénomène d'hystérésis, l'effet des courants induits locaux se développant à la fréquence f sur le mouvement des parois. Il doit, de plus, rendre compte du caractère anisotrope des tôles.

I.2.2.2 Vers un modèle moyen scalaire champ-induction

Nous faisons l'hypothèse, dans un premier temps, d'un matériau isotrope où \vec{H} et \vec{B} sont colinéaires. Toutes les directions du matériau sont alors supposées magnétiquement équivalentes à la direction long des tôles.

a. *Définition*

Le modèle moyen doit être capable de représenter le plus précisément possible le cycle d'hystérésis $\bar{B}(H_s)$ obtenu pour une tôle Epstein donnée soumise à un champ en surface H_s de fréquence f .

Le cycle $\bar{B}(H_s)$ peut être mesuré sur des tôles disposées dans un cadre Epstein et soumises à un champ en surface H_s . En effet, le cadre Epstein est un banc de mesure pour lequel on peut considérer que le champ appliqué est uniforme sur la surface des tôles et les champs démagnétisants dus à la géométrie négligeables.

On peut remarquer que l'induction moyenne \bar{B} ainsi mesurée prend aussi en compte les courants induits se développant sur les bords de la tôle (figure I.20). Nous considérerons dans une première approximation, cet effet de bord négligeable.

Lors de cette mesure, l'induction \vec{B} et le champ \vec{H} restent parallèles à la direction long des tôles sauf aux joints du cadre mais on considérera ce phénomène négligeable. Il est évident que la caractéristique $\vec{B}(\vec{H}_s)$ diffère notablement avec la direction d'application du champ \vec{H}_s par rapport à la direction de laminage. Cette caractéristique peut être mesurée sur un cadre à "champ tournant". Nous rappelons pour le moment que toutes les directions sont supposées équivalentes à la direction de laminage pour simplifier le problème.

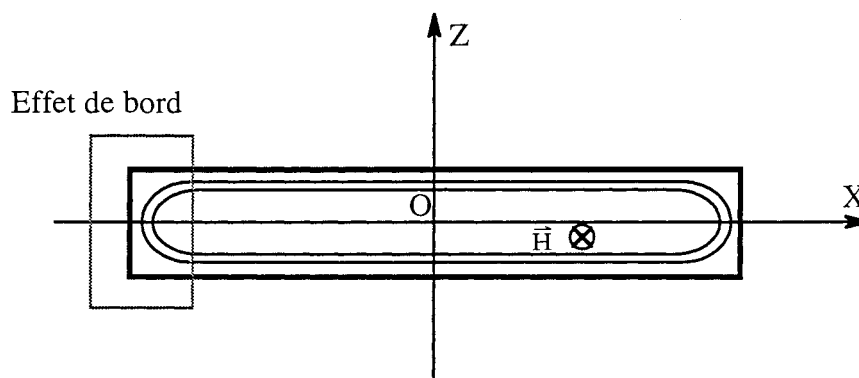


Figure I.20 : Allure des courants induits se développant dans la section de la tôle.

b. Stratégie de conception : prise en compte de la diffusion

L'élaboration d'un tel modèle moyen nécessite une bonne description des phénomènes de diffusion ayant lieu dans la section de la tôle (plan OXZ).

Une première approche possible consiste à calculer analytiquement le champ $H(x,z,t)$ et l'induction $B(x,z,t)$ à partir des équations de Maxwell en faisant les hypothèses classiques suivantes :

- champ \vec{H} et induction \vec{B} perpendiculaires à la section (OXZ) des tôles
- variation monodimensionnelle de \vec{H} et \vec{B} , $H(x,z,t) = H(z,t)$ et $B(x,z,t) = B(z,t)$
- loi $B(H)$ linéaire
- champ en surface $H_s(t)$ sinusoïdal et uniforme

Ce calcul classique donne de mauvais résultats sur le calcul de \bar{B} à cause de l'hypothèse forte de linéarité du matériau.

La prise en compte d'une loi non linéaire nécessite un calcul numérique pour résoudre l'équation de la diffusion magnétique. Le résultat obtenu (calcul de \bar{B}) dépend du choix du modèle de loi de comportement utilisé. Le modèle peut être :

- non linéaire anhystérétique
- d'hystérésis statique
- d'hystérésis dynamique. Nous entendons par modèle d'hystérésis dynamique un modèle capable de traduire à la fois le caractère hystérétique du matériau et l'effet d'amortissement des parois avec la fréquence.

Dans une telle résolution numérique le champ local calculé $H(x,z,t)$ est le champ qui résulte de la différence entre le champ appliqué en surface et le contre-champ dû au développement des courants induits. Nous notons dès à présent que ces courants induits sont macroscopiques. Ils sont d'autant plus proches de la réalité physique que le matériau peut être considéré homogène magnétiquement. C'est le cas par exemple des tôles présentant des distances inter-paroi petites comme les tôles N.O.. Ces courants induits dépendent de la fréquence et sont liés à la loi de comportement locale choisie par la relation :

$$\vec{\text{Rot}} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{I.24})$$

\vec{E} est le champ électrique et t le temps.

Une telle résolution numérique paraît être un passage obligé pour bien mettre en évidence les phénomènes physiques prépondérants et permettre d'évaluer la pertinence et la précision des modèles hystérétiques utilisés. Une telle approche a déjà été abordée par certains auteurs [DEL-82] pour montrer l'apport de l'utilisation d'un modèle d'hystérésis statique par rapport à un modèle anhystérétique dans le traitement de la diffusion. Il en a été montré également les limites notamment quand la fréquence est telle que l'effet d'amortissement des parois ne peut plus être négligé. Plus récemment, des efforts ont été entrepris pour utiliser un modèle d'hystérésis dynamique (modèle de Preisach dynamique) pour ce calcul de diffusion [PHI-95]. Il a été ainsi montré qu'un tel modèle dynamique était nécessaire pour bien décrire le comportement moyen de certains matériaux alors que pour d'autres, un modèle d'hystérésis statique suffit. Il serait donc intéressant de définir pour un matériau donné quelles sont les gammes de fréquence pour lesquelles un modèle d'hystérésis dynamique local s'impose plutôt qu'un modèle d'hystérésis statique.

Une fois que le calcul numérique a permis de dégager le modèle $B(H)$ local le plus pertinent, il serait alors intéressant d'essayer de s'affranchir de cette approche numérique pour calculer \vec{B} . Imaginons, en effet, que l'on dispose, pour une structure électrotechnique donnée, du champ en surface $H_s(t)$. Pour connaître \vec{B} , il faudrait alors faire un calcul numérique pour chaque point de la surface de cette structure, ce qui peut s'avérer lourd et coûteux en espace mémoire et temps de calcul. C'est pourquoi proposer une méthode analytique, plus rapide, pour le calcul de \vec{B} pourrait s'avérer précieux : il faudrait alors dégager des hypothèses à la fois pertinentes et simplificatrices qui permettraient, à partir de quelques caractéristiques du matériau et de la connaissance du champ en surface $H_s(t)$, de calculer

l'induction moyenne $\bar{B}(t)$. Il s'agit d'une démarche ambitieuse mais qu'il semble intéressant d'aborder.

c. *Utilisation du modèle moyen dans un logiciel éléments finis : problème posé par le champ en surface*

Dans l'idéal, on voudrait pouvoir utiliser le modèle moyen $\bar{B}(H_s)$ ainsi défini dans un logiciel éléments finis pour calculer la répartition du flux magnétique et du champ en surface à partir de la géométrie bidimensionnelle (coupe (OXY)) d'une structure et des sources de champ associées. Une telle mise en oeuvre se heurte à certaines difficultés.

En effet, nous avons vu que le modèle $\bar{B}(H_s)$ peut être généré de deux façons :

- La première est totalement numérique. Son utilisation directe dans un logiciel éléments finis nécessiterait en fait un calcul tridimensionnel dans la structure pour tenir compte des phénomènes de diffusion dans la section des tôles (plan (OXZ)). Cette approche ne paraît guère réaliste. Il semble raisonnable d'utiliser le modèle $\bar{B}(H_s)$ obtenu de façon numérique uniquement si :

- * d'une part, le temps de calcul nécessaire est réduit à son minimum par optimisation de la méthode de calcul.

- * d'autre part si le champ en surface est déjà une donnée connue du problème.

- La deuxième façon d'obtenir le modèle $\bar{B}(H_s)$ est analytique. Comme nous l'exposerons plus en détail dans le chapitre III, la méthode analytique repose sur des hypothèses simplificatrices concernant les variations (par rapport au temps et à l'espace) de la perméabilité différentielle dues à l'hystérésis. Ces perméabilités différentielles se déduisent, dans notre méthode, du cycle généré par le modèle $B(H)$ local choisi lorsqu'on lui applique en entrée le champ en surface. De ce fait, la connaissance du champ en surface sur une période est une donnée nécessaire intrinsèque pour notre méthode analytique de calcul de l'induction moyenne.

En conséquence, quelle que soit la méthode utilisée pour le générer, le modèle $\bar{B}(H_s)$ ne peut être utilisé que si le champ en surface de la structure considérée est connu.

Ce champ en surface pourrait être mesuré mais une telle démarche n'est pas réaliste. Un calcul numérique en magnétostatique par la méthode des éléments finis dans le plan d'étude (OXY) des tôles serait préférable pour déterminer $H_s(t)$. En toute rigueur, un modèle $\bar{B}(H_s)$ devrait être utilisé pour calculer $H_s(t)$. Comme cela n'est pas possible, il faut alors utiliser comme modèle $B(H)$ une loi anhystérétique ou hystérétique (statique ou dynamique). Le problème posé est alors d'estimer l'influence du modèle retenu sur le calcul final du champ en surface. Cette étude reste ouverte mais est de toute façon liée à la précision désirée sur les grandeurs magnétiques.

Le champ $H(x,y,t)$ ainsi calculé (correspondant au champ en surface de la tôle) est le résultat d'un équilibre : il est créé par les sources de courant extérieures mais est diminué par le champ démagnétisant dû à la géométrie bidimensionnelle de la structure.

On sait qu'un matériau aimanté est le siège de champ démagnétisant dû à la divergence de l'aimantation aux frontières du matériau. Si on considère par exemple le cas simple d'un ellipsoïde d'axe de révolution (OZ) aimanté uniformément selon (OZ) alors son champ démagnétisant vaut :

$$\left\| \overrightarrow{H_{d_z}} \right\| = N \frac{M_z}{\mu_0} \quad (I.25)$$

μ_0 est la perméabilité du vide, N un coefficient de champ démagnétisant lié à la géométrie ($0 < N < 1$) et M_z l'aimantation selon (OZ).

Comme le facteur $\frac{1}{\mu_0}$ est important (de l'ordre de 10^6), le champ démagnétisant peut être très grand.

Ce champ démagnétisant dépend en particulier de l'aimantation. On en déduit donc qu'utiliser comme modèle de loi $B(H)$ une loi anhystérétique ou hystérétique ne va pas grandement modifier la valeur de ce champ hormis dans la plage où le champ d'équilibre est tel que : $-H_c < H < H_c$. Pour cette plage en effet, $B(H=0) = 0$ pour une loi anhystérétique et $B(H=0) = B_r \neq 0$ pour une loi hystérétique. Le champ démagnétisant diffère donc en fonction de la loi d'aimantation ce qui implique un champ H nul obtenu pour deux champs source différents.

Il faudrait donc vérifier dans quelle mesure un calcul numérique dans le plan d'étude (OXY) des tôles donne une répartition du champ sensiblement différente dans le cas où la loi $B(H)$ est anhystérétique ou hystérétique. On pourra ainsi déterminer le modèle de loi de comportement à retenir pour ce pré-calcul de détermination du champ en surface. Ces deux lois devraient donner des résultats a priori équivalents la plupart du temps.

d. Utilisation du modèle moyen pour le calcul des pertes

Non seulement le modèle $\overline{B}(H_s)$ doit permettre la bonne description du comportement magnétique moyen des tôles mais il permet également d'obtenir un calcul approché des pertes fer de la structure étudiée comme nous allons le montrer.

On sait que les pertes fer moyennes totales dissipées dans une tôle Epstein sont proportionnelles à l'aire de son cycle $\overline{B}(H_s)$ mesuré sur cadre Epstein [BUR-81]. Ce résultat s'obtient en considérant la valeur moyenne dans le temps du vecteur de Poynting à travers la surface (S) qui délimite le volume de la tôle Epstein. Les conditions dans lesquelles ce résultat a été établi sont :

- (1) le champ est supposé uniforme en surface de la tôle,
- (2) le champ \vec{H} et l'induction \vec{B} sont colinéaires à une même direction de la tôle,
- (3) le champ \vec{H} entre et sort perpendiculairement à la tôle, ce qui implique que
- (4) le champ \vec{H} est tangent aux faces latérales (S3) et (S4) de la tôle (figure I.21)

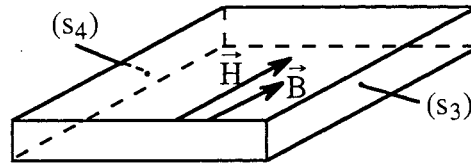


Figure I.21 : Géométrie de la tôle Epstein.

Lorsqu'on considère ensuite un dispositif électrotechnique utilisant des tôles avec une géométrie plus complexe, les conditions précédemment énoncées ne sont plus, au premier abord, systématiquement remplies :

* le champ \vec{H} et l'induction \vec{B} ne sont plus forcément partout colinéaires à une même direction des tôles ni même colinéaires entre eux du fait de l'anisotropie. C'est le cas aux joints des transformateurs et dans certaines zones du stator des machines tournantes (figure I.22).

Le modèle moyen est ici considéré isotrope donc indépendant de la direction dans laquelle le champ est appliqué. Il s'ensuit que \vec{H} et \vec{B} sont supposés colinéaires. Il reste tout de même que \vec{H} et \vec{B} peuvent prendre une direction quelconque dans la structure.

Précisons que l'hypothèse d'isotropie du matériau est valable en première approximation quand les tôles utilisées sont des tôles N.O. (stator des machines, petits transformateurs poinçonnés). Pour le cas des tôles G.O. (gros transformateurs), les pertes dues à l'anisotropie représentent généralement quelques % des pertes totales, ce qui peut justifier l'hypothèse d'isotropie vis-à-vis des pertes. Il est cependant évident que le modèle moyen devra intégrer ultérieurement l'anisotropie pour décrire plus précisément encore les pertes dans les structures.

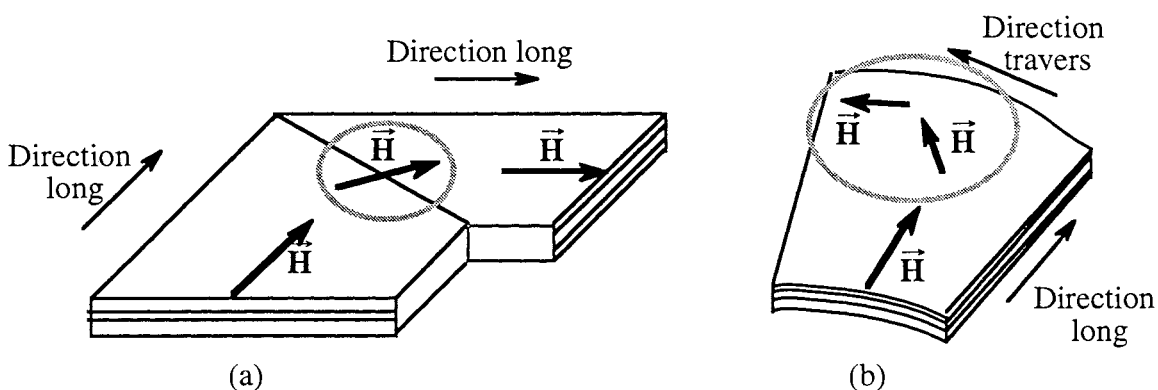


Figure I.22 : zones où le champ \vec{H} n'est plus colinéaire à une même direction des tôles utilisées dans deux dispositifs électrotechniques : (a) joint à 45° des transformateurs,
(b) stator des machines tournantes.

* D'autre part, le champ n'est plus uniforme en norme en surface de la structure.

Pour exprimer les pertes dissipées dans le dispositif de la même manière que cela a été fait pour une tôle Epstein, nous proposons de nous ramener aux conditions (2), (3) et (4) nécessaires au développement du calcul. Pour cela, nous découpons notre structure en éléments tels que :

- Le champ est tangent aux faces latérales de ces éléments. Ainsi, la condition (4) est remplie.
- Le champ \vec{H} ne change pas de direction sur l'élément. La condition (2) est alors satisfaite.
- On finit de délimiter le volume élémentaire considéré par deux surfaces perpendiculaires au champ. La condition (3) est donc remplie.

Le champ n'est toujours pas uniforme en surface du volume élémentaire. Cependant, il est possible de montrer, grâce à la généralisation du calcul simple des pertes dans une tôle Epstein au cas où le champ en surface n'est pas uniforme (voir l'Annexe 1), que les pertes dans le volume élémentaire s'expriment selon :

$$P_{el} = \frac{e}{T} \iint_{(S_{el})} \left(\oint H_S d\vec{B} \right) dS \quad (I.26)$$

où e est l'épaisseur de la tôle, T la période, (S_{el}) la surface élémentaire de la structure étudiée.

Cette description n'est valable que dans le cas d'un champ pulsant, qui ne change pas de direction au cours du temps. Pour les zones de la structure où le champ tourne, notre développement ne s'applique pas. Dans ce cas, l'utilisation du modèle moyen ne permet pas d'obtenir les pertes réelles. Par exemple, si le champ \vec{H}_s en un point de la surface tourne avec une norme constante, l'induction \vec{B} obtenue par le modèle moyen gardera une norme constante et tournera colinéairement à \vec{H}_s . Les pertes correspondantes seront alors nulles alors qu'en réalité, des pertes sont dissipées du fait du développement de courants induits et de l'anisotropie du matériau. Pour déterminer correctement les pertes en "champ tournant", il est donc nécessaire de développer un modèle moyen généralisé prenant en compte l'hystérésis, les courants induits mais également l'anisotropie du matériau, ce qui n'est pas le cas ici.

En conséquence, en découpant la structure en volumes élémentaires et avec l'approximation faite sur les pertes en "champ tournant", les pertes fer totales moyennes de la structure peuvent être approchées par :

$$P_T = \frac{e}{T} \iint_{(S)} \left(\oint H_S d\vec{B} \right) dS \quad (I.27)$$

où (S) est la surface de la structure étudiée.

I.2.3 Thèmes traités dans le cadre de ce travail

Dans cette étude, nous nous sommes tout d'abord intéressés aux modèles d'hystérésis existants. Dans la littérature, une grande place a été réservée à l'élaboration et à l'étude de modèles d'hystérésis statiques, ce qui déjà constitue un travail important. Nous nous sommes attachés à répertorier les principaux modèles et à dégager le plus intéressant sur la base des critères suivants : données nécessaires au modèle faciles à déterminer et en nombre peu important, précision du modèle pour les tôles FeSi étudiées en régime quasi-statique, généralisation possible du modèle vers un modèle d'hystérésis dynamique capable de rendre compte de l'effet de la fréquence sur le mouvement des parois. Notre choix s'est porté sur le modèle de Preisach, notamment à cause de la généralisation dynamique qu'en a donnée G. Bertotti. Ce modèle a été caractérisé en quasi-statique et également, sous certaines conditions, pour sa généralisation dynamique.

Dans un second temps, nous nous sommes intéressés à l'étude des phénomènes de diffusion dans la section des tôles dans le but d'élaborer le modèle moyen scalaire $\bar{B}(H_s)$. Nous avons mené deux approches en parallèle. La première est numérique et a visé le test des modèles de loi de comportement locale dans la section anhystérétique, hystérétiques statique et dynamique pour décrire le comportement moyen des tôles. L'intérêt de cette étude a également été de valider le modèle dynamique de Bertotti à fréquence élevée quand l'épaisseur de peau n'est plus négligeable. La deuxième approche a été analytique. Elle a consisté à émettre des hypothèses sur le choix d'une loi intrinsèque du matériau comportant de l'hystérésis puis à en faire d'autres pour résoudre analytiquement l'équation magnétique de la diffusion. Cette approche, menée en parallèle avec la première a ensuite été comparée à l'approche numérique pour ce qui est du calcul du champ local dans la section de la tôle.

En conclusion, un bilan de notre travail sera effectué et les compléments éventuels à entreprendre seront précisés. Surtout, nous soulignerons les voies futures vers lesquelles notre démarche doit s'orienter comme par exemple, le couplage des phénomènes hystérétiques et anisotropes. Nous proposerons ainsi les principes d'extension de notre modèle moyen scalaire vers un modèle $\vec{B}(\vec{H}_s)$ généralisé, prenant notamment en compte la diffusion magnétique bidimensionnelle.

CHAPITRE II

**ETUDE DES MODELES HYSTERETIQUES SCALAIRES EXISTANT
CHOIX ET APPLICATION AUX TOLES COMMERCIALES FeSi**

C H A P I T R E I I

ETUDE DES MODELES HYSTERETIQUES SCALAIRES EXISTANT CHOIX ET APPLICATION AUX TOLES COMMERCIALES FeSi

Ce deuxième chapitre présente dans une première partie une synthèse bibliographique relative aux principaux modèles d'hystérésis rencontrés dans la littérature. Ces modèles sont analysés afin de dégager celui qui est le plus pertinent pour décrire les phénomènes hystérétiques tant en régime quasi-statique qu'en régime fréquentiel.

Dans une deuxième partie, les méthodes de caractérisation proposées en régime quasi-statique pour le modèle retenu sont testées et comparées pour des tôles N.O. et G.O. afin de choisir la méthode la mieux adaptée en fonction du matériau considéré. Enfin, nous proposons une procédure afin de déterminer les paramètres nécessaires à la version dynamique du modèle retenu.

II.1 ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

II.1.1 Modèle des cycles elliptiques

II.1.1.1 Principe du modèle

Le principe de ce modèle est la représentation du cycle d'hystérésis statique $B(H)$ par une ellipse. Dans cette théorie, la perméabilité est une grandeur complexe :

$$\underline{\mu} = \mu e^{-j\theta} \quad (\text{II.1})$$

Si l'on suppose une variation temporelle sinusoïdale du champ ($H = H_m \cos \omega t$), l'induction est aussi sinusoïdale mais déphasée par rapport à H d'un angle θ :

$$B = \text{Re} (\underline{\mu} \cdot \underline{H}) \quad (\text{II.2})$$

$$B = \mu H_m \cos(\omega t - \theta) \quad (\text{II.3})$$

Le fait que B soit sinusoïdal et déphasé de θ par rapport à H peut se justifier de la façon suivante [O'KE-69] : quand on applique un champ H sinusoïdal à un matériau magnétique, l'induction B s'obtient à partir du cycle d'hystérésis statique correspondant (si on considère que la loi locale $B(H)$ est représentée par le cycle d'hystérésis statique du matériau). Les allures typiques des évolutions temporelles sont présentées sur la figure II.1.

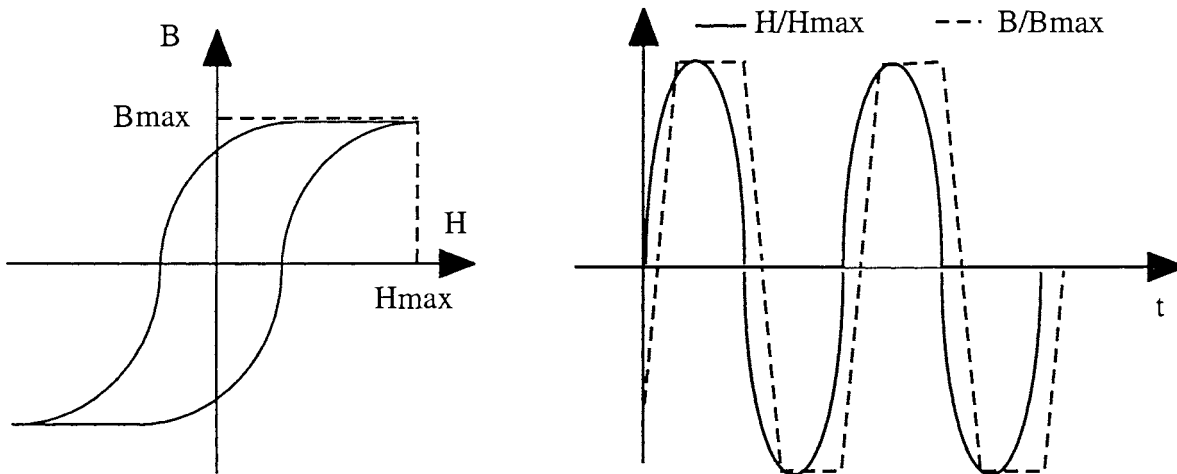


Figure II.1 : Déphasage de l'induction par rapport au champ

Comme l'induction reste périodique dans le temps en régime permanent, elle peut se développer en série de Fourier. Il a été montré alors que les pertes par hystérésis associées au terme :

$$P_{\text{Phys}} = \frac{1}{T} \iiint_{(V)} \left(\oint H \cdot dB \right) dV \quad (\text{II.4})$$

où V est le volume du matériau et T la période des phénomènes, ne sont fonction que du terme fondamental du développement de l'induction. D'autre part, l'interaction de la distribution sinusoïdale de courant avec la distribution périodique mais non sinusoïdale du flux produit un couple qui ne dépend aussi que du fondamental du flux. C'est donc sur la base de ces constatations que se justifie l'utilisation d'une perméabilité complexe.

Surtout, la variation sinusoïdale des grandeurs magnétiques permet l'utilisation des grandeurs complexes pour le traitement des équations de Maxwell, ce qui est un avantage non négligeable pour un traitement numérique des problèmes.

II.1.1.2 Identification des paramètres

La loi $B(H)$ est représentée par une ellipse dont l'équation est établie à partir de (II.3) :

$$\mu^2 H^2 + B^2 - 2 \mu H B \cos \theta = \mu^2 H_m^2 \sin^2 \theta \quad (\text{II.5})$$

L'ellipse (figure II.2) est caractérisée par son inclinaison α par rapport à l'axe (OH) , un grand axe a et un petit axe b relié à H_m , B_m et θ par les relations :

$$H_m = \sqrt{a^2 \cos^2 \alpha + b^2 \sin^2 \alpha} \quad (\text{II.6})$$

$$B_m = \mu H_m = \sqrt{a^2 \sin^2 \alpha + b^2 \cos^2 \alpha} \quad (\text{II.7})$$

$$\theta = \arctan \left[\frac{b}{a} \tan \alpha \right] + \arctan \left[\frac{b}{a} \cotan \alpha \right] \quad (\text{II.8})$$

Les paramètres à fixer dans ce modèle sont a, b, α .

L'inclinaison α est obtenue à partir de la perméabilité moyenne μ_{exp} associée au cycle d'hystérésis réel pour des valeurs du champ moyennes :

$$\tan \alpha = \mu_{\text{exp}} \quad (\text{II.9})$$

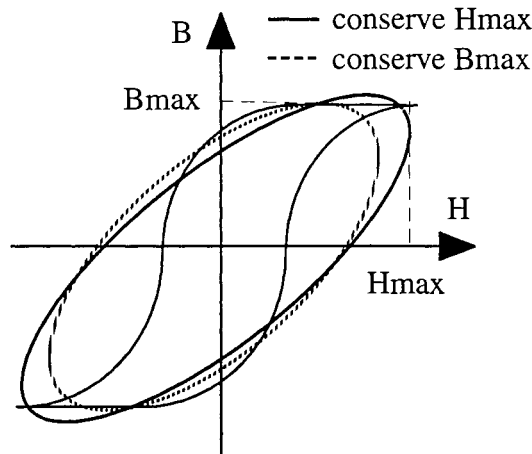


Figure II.2 : Approximation du cycle statique par une ellipse ayant la même perméabilité moyenne à champ moyen que le cycle réel et conservant H_{max} ou B_{max} du cycle réel

On impose ensuite que l'aire du cycle réel S soit la même que celle de l'ellipse, donc :

$$S = \pi ab \quad (\text{II.10})$$

On choisit d'imposer que l'ellipse soit telle que $H_m = H_{\max}$ ou $B_m = B_{\max}$ (figure II.2).

On détermine ainsi a et b pour $H_m = H_{\max}$:

$$\begin{aligned} a &= H_{\max} \\ b &= S / \pi \cdot H_{\max} \end{aligned} \quad (\text{II.11})$$

Donc :

$$\mu = \mu_{\exp} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{S}{\mu_{\exp} \cdot \pi \cdot H_{\max}^2} \right)^2} \quad (\text{II.12})$$

$$\tan \theta = - S / \pi \mu_{\exp} H_{\max}^2 \quad (\text{II.13})$$

Et pour $B_m = B_{\max}$ [FER-Rap-93] :

$$a^2 = \frac{B_{\max}^2}{2 \mu_{\exp}^2} \cdot \left(1 + \sqrt{1 - \left(\frac{2S\mu_{\exp}}{\pi B_{\max}^2} \right)^2} \right) \quad (\text{II.14})$$

$$b^2 = \frac{B_{\max}^2}{2} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{2S\mu_{\exp}}{\pi B_{\max}^2} \right)^2} \right) \quad (\text{II.15})$$

soit :

$$\mu^2 = 2 \mu_{\exp}^2 \cdot \frac{1}{1 + \sqrt{1 - \left(\frac{2\mu_{\exp} S}{\pi B_{\max}^2} \right)^2}} \quad (\text{II.16})$$

$$\tan^2 \theta = \frac{1 - \sqrt{1 - \left(2\mu_{\exp} S / B_{\max}^2 \pi \right)^2}}{1 + \sqrt{1 - \left(2\mu_{\exp} S / B_{\max}^2 \pi \right)^2}} \quad (\text{II.17})$$

II.1.1.3 Conclusion

Les limites d'un tel modèle sont les suivantes :

- μ_{\exp} est défini pour les champs moyens. Si l'on veut être précis, il faut exprimer μ_{\exp} comme une fonction de H_{\max} pour notamment tenir compte de la saturation (θ dépend alors aussi de H_{\max})

- le comportement du cycle est décrit par une ellipse ce qui veut dire que les variations de perméabilité différentielle réelles sont mal prises en compte en cas de saturation du matériau par exemple. En particulier, les cycles mineurs ne sont pas décrits par un tel modèle.

Certains auteurs proposent une variation de μ et de θ avec la fréquence à partir de la mesure des cycles $\bar{B}(H_s)$ de la tôle associée. C'est ainsi que sont traités les ferrites à haute fréquence. On pourrait également utiliser ce modèle elliptique variant avec la fréquence pour décrire la loi $\bar{B}(H_s)$ des tôles. Une limite de ce modèle est le nombre important de données nécessaires à son élaboration puisqu'il nécessiterait toutes les mesures de cycles $\bar{B}(H_s)$ pour plusieurs champs maximum en surface et une grande plage de fréquence. Il se limiterait de plus à des variations sinusoïdales du champ sans harmoniques (pas de représentation possible des cycles mineurs).

Ce modèle peut donc être intéressant pour décrire le comportement de matériaux présentant dans la réalité des cycles elliptiques variant peu avec la fréquence pour des variations sinusoïdales de l'induction ou du champ. C'est le cas des ferrites doux pour leurs gammes moyennes d'utilisation mais ce modèle, s'il peut constituer une première approche intéressante, ne semble pas adapté au comportement plus diversifié des tôles fer-silicium.

II.1.2 Modèle de Hogdon

II.1.2.1 Le modèle [HOG-88a], [COL-87]

Ce modèle est une représentation mathématique de l'hystérésis. Il se base sur une relation constitutive entre H et B qui est une équation différentielle de la forme :

$$\frac{\partial H}{\partial B} = \alpha \cdot \text{sign}(\dot{B}) \cdot [f(B) - H] + g(B, \dot{B}) \quad (\text{II.18})$$

avec $\dot{X} = \frac{dX}{dt}$

Les paramètres à déterminer sont α , f et $g(B, \dot{B})$. $g(B, \dot{B})$ se réduit à $g(B)$ en quasi-statique.

II.1.2.2 Propriétés de f et g

f et g doivent vérifier les propriétés suivantes :

- f(B) doit être une fonction impaire, continue par morceaux et $\lim_{B \rightarrow \infty} f(B) = \text{cte}$.

$$B \rightarrow \infty$$

f(B) est l'inverse de la courbe anhystérétique. Cependant, pour beaucoup d'applications, Hogdon préconise l'estimation des valeurs de f(B) par celles du champ H pour lesquelles les points (H,B) sont équidistants des deux branches, montante et descendante, du cycle majeur.

- g doit être une fonction paire de B et \dot{B} , continue par morceaux et $\lim_{B \rightarrow \infty} g(B, \dot{B}) = \lim_{B \rightarrow \infty} f(B)$.

- La condition :

$$g(B, \dot{B}) \geq f(B) \quad (\text{II.19})$$

assure que l'énergie dépensée pour générer un cycle d'hystérésis est positive et que, quel que soit B, il existe une courbe limite (cycle majeur) qui enferme tous les états accessibles depuis l'état désaimanté.

- En régime quasistatique, f, g et α doivent vérifier :

$$g(B) \geq \alpha \cdot e^{\alpha B} \int_B^{\infty} [g(\varepsilon) - f'(\varepsilon)] e^{-\alpha \varepsilon} d\varepsilon \quad (\text{II.20})$$

- On pose généralement :

$$\alpha = 1 \quad (\text{II.21})$$

II.1.2.3 Solution générale de l'équation

Soient $H_c(B)$ la courbe croissante et $H_d(B)$ la courbe décroissante solutions. L'intégration de (II.18) mène aux expressions suivantes depuis l'état (H_1, B_1) :

$$H_c(B) = f(B) + [H_1 - f(B_1)] \cdot e^{-\alpha(B-B_1)} + e^{-\alpha B} \int_{B_1}^B [g(\varepsilon) - f'(\varepsilon)] \cdot e^{\alpha \varepsilon} d\varepsilon, \text{ pour } \dot{B} > 0 \text{ et } B > B_1. \quad (\text{II.22})$$

$$H_d(B) = f(B) + [H_1 - f(B_1)] \cdot e^{-\alpha(B_1-B)} + e^{\alpha B} \int_B^{B_1} [g(\varepsilon) - f'(\varepsilon)] \cdot e^{-\alpha \varepsilon} d\varepsilon, \text{ pour } \dot{B} < 0 \text{ et } B < B_1. \quad (\text{II.23})$$

Ces expressions permettent d'obtenir l'équation du cycle majeur en faisant tendre B_1 vers l'infini.

II.1.2.4 Formes possibles de f et g pour le cas quasi-statique

Des approximations de f et g par des fonctions par morceaux linéaires ou en tangente ont été proposées [HOG-88b]. La formulation linéaire est adaptée aux matériaux doux présentant des perméabilités variant peu pour les inductions considérées et celle en tangente aux ferrites. Nous ne présenterons que la première formulation car elle concerne davantage les matériaux doux que nous étudions (tôles fer-silicium).

La forme linéaire est :

$$f = \begin{cases} D_1 \cdot (B+B^*) - D_2 \cdot B^* & \text{pour } B < -B^* \\ D_2 \cdot B & \text{pour } |B| \leq B^* \\ D_1 \cdot (B-B^*) + D_2 \cdot B^* & \text{pour } B > B^* \end{cases} \quad (\text{II.24})$$

$$g = \begin{cases} (1+D_3) \cdot D_2 & \text{pour } |B| \leq B^* \\ D_1 & \text{pour } |B| > B^* \end{cases} \quad (\text{II.25})$$

La condition (II.19) est satisfaite si $D_3 > 0$.

La condition (II.20) implique :

$$D_3 \cdot D_2 < D_1 \cdot [1 - e^{-2\alpha B^*}]^{-1} \quad (\text{II.26})$$

D_1 , D_2 et D_3 se calculent à partir de μ_{cl} , la pente moyenne quand le matériau a atteint la saturation, l'induction B_{cl} correspondant au point de fermeture du cycle majeur ($B^*=B_{cl}$), l'induction rémanente B_r et le champ coercitif H_c du cycle majeur :

$$D_1 = \frac{1}{\mu_{cl}} \quad (\text{II.27})$$

$$D_2 = \frac{H_c}{B_r} \cdot \frac{1 - e^{-\alpha(B_{cl}-B_r)}}{1 - e^{-\alpha B_{cl}}} \quad (\text{II.28})$$

$$D_3 = \frac{\alpha B_r}{1 - e^{-\alpha(B_{cl}-B_r)}} > 0 \quad (\text{II.29})$$

La condition II.20 implique la vérification de :

$$\alpha \cdot H_c < \frac{1}{\mu_{cl}} \cdot \frac{1 - e^{-\alpha B_{cl}}}{1 - e^{-2\alpha B_{cl}}} \quad (\text{II.30})$$

II.1.2.5 Représentation des cycles mineurs

Les cycles mineurs présentés par le modèle sont stables : ils ne se ferment pas pendant un certain temps puis finissent par se stabiliser sur la courbe anhystérétique (phénomène de reptation). On peut se référer aux travaux de Hogdon et Coleman [COL-87] pour plus d'indications.

II.1.2.6 Prise en compte de la fréquence [HOG-88a]

La dépendance des cycles avec la fréquence est prise en compte dans le modèle par l'introduction d'une fonction $c(\dot{B})$ dans l'expression générale de $g(B, \dot{B})$.

En exprimant l'énergie associée à un cycle symétrique, ayant pour inductions minimum B_m et maximum B_M , et tracé à \dot{B} constant, on a :

$$E(B_M, B_m, \dot{B}) \# c(\dot{B}) \cdot E(B_M, B_m, 0) \quad (\text{II.31})$$

$c(\dot{B})$ est donc l'analogie d'un taux de variation des pertes en fonction de \dot{B} .

L'inconvénient d'une telle méthode est qu'évidemment un cycle ne peut être tracé à \dot{B} constant. On a donc une approximation de $c(\dot{B})$.

En faisant le même raisonnement sur le champ coercitif, on obtient :

$$H_c(\dot{B}) \# c(\dot{B}) \cdot H_c(0) \quad (\text{II.32})$$

II.1.2.7 Conclusion

Ce modèle présente deux avantages. D'une part, il a relativement peu de paramètres pour le cas quasi-statique : trois dans le cas de la formulation linéaire par morceaux. D'autre part, il s'agit d'un modèle $H(B)$ et $\frac{dH}{dB}$ se prêtant bien à l'implantation pour la modélisation par éléments finis dans le plan d'étude 2D classique des tôles.

Ce modèle a cependant des inconvénients.

La formulation linéaire n'a pas été validée pour des tôles FeSi et cela reste à faire.

Les paramètres sont certes peu nombreux mais certains sont déterminés à partir de susceptibilités qui sont toujours sources d'imprécision.

Pour le cas dynamique, la détermination de $c(\dot{B})$ semble peu aisée et nécessite beaucoup d'essais à des fréquences différentes.

Enfin, une ébauche de prise en compte de l'anisotropie a été esquissée mais elle concerne des matériaux à anisotropie uniaxiale [HOG-88a].

II.1.3 Modèle de Jiles

Ce modèle est construit sur des hypothèses qu'il nous semble utile de discuter.

II.1.3.1 Courbe anhystérétique [JIL-84]

Le matériau est vu comme un ensemble de domaines présentant une aimantation à saturation \vec{M}_s dans une direction donnée. Le champ expérimenté par chaque \vec{M}_s est :

$$\vec{H}_e = \vec{H} + \alpha \vec{M} \quad (\text{II.33})$$

L'expression de \vec{H}_e traduit le fait que les autres moments magnétiques créent sur \vec{M}_s un champ d'interaction proportionnel à l'aimantation du matériau. Cette représentation s'inspire directement de la théorie du champ moléculaire de Weiss.

A l'état désaimanté, Jiles considère que les domaines ont une aimantation à saturation \vec{M}_s présentant une orientation quelconque ce qui conduit à une aimantation du matériau nulle. Dans la réalité, cette description est en partie valable pour des tôles N.O. mais ne s'applique pas à des tôles G.O.. En effet, à l'état désaimanté, les G.O. ont la majorité de leurs domaines avec une aimantation à saturation dans la direction long à cause des effets de surface qui ne favorisent pas du tout la présence de domaines ayant \vec{M}_s faisant un angle de 45° avec le plan de la tôle.

Lorsqu'un champ \vec{H} est appliqué, l'aimantation \vec{M} résulte pour Jiles de la nouvelle orientation des aimantations à saturation des domaines. M est calculée en faisant un parallèle avec la théorie du paramagnétisme qui considère que l'agitation thermique s'oppose à l'alignement parfait d'un ensemble de moments libres sous l'action d'un champ extérieur \vec{H}_e . Dans l'état d'énergie libre minimum, la répartition des orientations de ces moments obéit à la statistique de Maxwell Boltzman. Jiles en déduit que :

$$M = M_s L \left[\frac{\mu_0 M_s}{k_b T} (H + \alpha M) \right] \quad (\text{II.34})$$

k_b est la constante de Boltzman ($1.38 \cdot 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$), T la température (K) et L la fonction de Langevin :

$$L(x) = \coth\{x\} - \frac{1}{x} \quad (\text{II.35})$$

Cette théorie ne permet pas de décrire l'hystérésis car elle ignore les imperfections cristallines. L'expression (II.34) correspond alors à la courbe anhystérétique du matériau.

II.1.3.2 Prise en compte de l'hystérésis

La différence constatée entre les courbes anhystérétique et de première aimantation réelles du matériau provient de l'hystérésis, donc de la structure polycristalline et de sa texture associée. Jiles représente la gêne que rencontrent les parois d'un polycristal à se déplacer (décrite au Chapitre I par la présence de champ d'interaction) par l'épinglage de ces parois sur des défauts cristallins du matériau [JIL-84]. Ceci est une représentation éloignée de la réalité mais elle traduit le fait qu'il faut fournir plus d'énergie aux parois dans le cas réel par rapport au cas anhystérétique pour qu'elles se déplacent. Cette énergie notée E_{pin} est supposée proportionnelle à la variation d'énergie volumique occasionnée par le mouvement de la paroi quand elle s'est décrochée du site d'ancrage. En considérant une densité volumique des sites d'ancrage et l'énergie volumique moyenne de piégeage d'une paroi à 180° , l'énergie totale moyenne perdue sur l'ancrage des sites est :

$$E_{pin} = \int_0^{M_{irr}} k \cdot dM_{irr} \quad (\text{II.36})$$

k est défini comme le coefficient de piégeage du matériau et M_{irr} est la variation d'aimantation dite irréversible associée au décrochage de la paroi.

La relation entre M_{irr} et l'aimantation anhystérétique M_{an} est obtenue à partir de l'énergie du matériau définie par :

$$E = \int M dB \quad (II.37)$$

L'énergie du matériau lorsqu'il a atteint l'aimantation M_{irr} sous le champ H est l'énergie qu'il aurait dans le cas anhystérétique pour le champ H moins l'énergie dépensée pour vaincre l'épinglage des parois :

$$\int M_{irr}.dBe = \int M_{an}.dBe - \int k.dM_{irr} \quad (II.38)$$

Soit, en dérivant :

$$M_{irr} = M_{an} - k\delta \frac{\partial M_{irr}}{\partial Be} \quad (II.39)$$

où δ est un paramètre valant +1 si $\dot{H} > 0$, -1 sinon. Après élimination de Be ($Be = \mu_0 H$), on obtient :

$$\frac{\partial M_{irr}}{\partial H} = \frac{M_{an} - M_{irr}}{\delta k - \alpha(M_{an} - M_{irr})} \quad (II.40)$$

II.1.3.3 Equations constitutives générales

On s'intéresse à présent à l'aimantation M qui tient compte à la fois des processus réversibles et irréversibles :

$$M = M_{irr} + M_{rev} \quad (II.41)$$

Jiles introduit des variations réversibles d'aimantation en considérant l'incurvation d'une paroi piégée sur un site [JIL-86]. Dans la réalité, l'incurvation d'une paroi est très coûteuse énergétiquement car elle est à l'origine de la création de masses magnétiques. Elle n'a donc lieu que dans des configurations précises et rares. C'est une autre manière de représenter les mouvements réels continus des parois. Jiles considère cette composante d'aimantation réversible M_{rev} proportionnelle à la différence entre l'aimantation anhystérétique M_{an} et l'aimantation irréversible :

$$M_{rev} = c.(M_{an} - M_{irr}) \quad (II.42)$$

Si l'on considère les susceptibilités, on a alors :

$$\frac{\partial M_{\text{rev}}}{\partial H} = c \left(\frac{\partial M_{\text{an}}}{\partial H} - \frac{\partial M_{\text{irr}}}{\partial H} \right) \quad (\text{II.43})$$

et
$$\frac{\partial M}{\partial H} = \frac{\partial M_{\text{irr}}}{\partial H} + \frac{\partial M_{\text{rev}}}{\partial H} \quad (\text{II.44})$$

On résout dans l'ordre (II.40), (II.43) et (II.44).

II.1.3.4 Obtention de paramètres du modèle [JIL-92]

Il a été montré [DEL-The-94] que k a tendance à augmenter la coercivité du matériau car il représente sa gêne à l'aimantation ; α joue sur la rectangularité du cycle ; c joue sur la composante réversible d'aimantation. On rappelle comment les paramètres du modèle sont obtenus.

La susceptibilité différentielle initiale χ'_0 permet d'obtenir :

$$c = \frac{3k_b T}{\mu_0 M_s^2} \chi'_0 \quad (\text{II.45})$$

La susceptibilité différentielle χ'_{H_c} au champ coercitif permet d'obtenir :

$$k = \frac{M_{\text{an}}(H_c, 0)}{1-c} \cdot \left(\alpha + \frac{1-c}{\chi'_{c-c} \frac{\partial M_{\text{an}}}{\partial H} (H=H_c)} \right) \quad (\text{II.46})$$

La susceptibilité différentielle à la rémanence χ'_r et l'induction rémanente permettent d'obtenir α par la relation :

$$M_r = \frac{k}{\frac{\alpha}{1-c} + \frac{1}{\chi'_{r-c} \frac{\partial M_{\text{an}}}{\partial H} (H=0)}} \quad (\text{II.47})$$

On peut ainsi déterminer facilement c . En revanche, la détermination de k et α est plus délicate car ces deux grandeurs sont liées et dépendent de la mesure de susceptibilités, source d'imprécision. Il est donc souvent nécessaire d'avoir recours à des processus itératifs pour déterminer ces paramètres.

Souvent, le coefficient a est défini par :

$$a = \frac{k_b T}{\mu_0 M_s} \quad (\text{II.48})$$

est aussi considéré comme un paramètre à déterminer bien qu'a priori fixé par la température donnée T . Il est lié à la susceptibilité initiale $\chi'_{o,an}$ de la courbe anhystérétique par :

$$\chi'_{o,an} = \frac{M_s}{3a - \alpha M_s} \quad (\text{II.49})$$

II.1.3.5 Représentation des cycles mineurs

Le modèle est susceptible de générer des branches à susceptibilité négative, ce qui a tendance à donner des cycles mineurs se gonflant de façon irréaliste [DEL-The-94].

Un autre sévère handicap est que le modèle génère des cycles mineurs qui ne se ferment jamais. Jiles a imaginé des moyens pour fermer ces cycles mineurs qui nécessitent, entre autres, la connaissance a priori des extrêma du cycle mineur, ce qui est un gros inconvénient.

II.1.3.6 Conclusion

L'originalité d'un tel modèle est de vouloir s'appuyer sur des considérations énergétiques liées à la microstructure pour traiter l'hystérésis statique de matériaux. Un de ses avantages est qu'il utilise des équations différentielles a priori simples à traiter.

Cependant, la représentation des phénomènes irréversibles par une densité de sites d'ancrage ne semble pas très physique ni très réaliste. On peut néanmoins admettre qu'il s'agit d'une façon de modéliser les phénomènes.

De plus, l'identification des paramètres n'est pas aisée car ils sont liés à des susceptibilités, source éternelle d'imprécision.

D'autre part, le domaine d'application de ce modèle est restreint car les cycles mineurs générés ne se ferment jamais.

Enfin, il n'existe pas de généralisation anisotrope d'un tel modèle.

Pour toutes ces raisons, le modèle de Jiles n'a pas été retenu.

II.1.4 **Modèle de Bobbio**

Ce modèle, récent, est un modèle phénoménologique qui représente l'hystérésis statique des matériaux grâce à une analogie mécanique.

II.1.4.1 Principe du modèle [BOB-93]

Le principe du modèle est basé sur l'analogie mécanique suivante : on considère un ensemble de N ressorts reliant $(N-1)$ pistons en série auxquels on applique une force F . Les ressorts présentent la même constante de raideur et leur déplacement sera proportionnel à la force qui leur est appliquée.

Cependant, le piston ne se déplacera que si la force qui lui est appliquée dépasse un certain seuil. D'où le phénomène d'hystérésis mécanique.

Bobbio part de la même analogie en supposant que l'état d'aimantation M pour un champ $H(t)$ appliqué correspond aux variables internes $h = (h_1, \dots, h_N)$ qui ont les propriétés suivantes :

$$h_1 = H(t) \quad (\text{II.50})$$

$$|h_{i+1} - h_i| \leq \varepsilon_i \text{ avec } i \in \{1 \dots N-1\} \quad (\text{II.51})$$

Si l'état initial est l'état désaimanté, les variables internes varient ainsi :

1. Quant $H(t)$ varie, h_2 n'évolue pas tant que (II.51) est vérifiée.
2. Dès que $|h_2 - H(t)|$ dépasse de façon monotone ε_1 alors h_2 varie en maintenant l'égalité (II.51) satisfaite.
3. Si h_2 varie, h_3 variera de la même façon qu'en 1. et 2., et ainsi de suite.

Ensuite, à chaque h_i , on associe une fonction b_i dont la somme donne l'aimantation :

$$M = \sum_{i=1}^N b_i(h_i) \quad (\text{II.52})$$

II.1.4.2 Identification du modèle [BOB-94]

Ce modèle est déterminé par la connaissance des valeurs seuils ε_i et des fonctions $b_i(h_i)$ pour $i \in \{1 \dots N\}$.

* Détermination des ε_i .

Les valeurs seuils sont posées égales, $\forall i \in \{1 \dots N\}$:

$$\varepsilon_i = \frac{H_{\max}}{N} = \varepsilon_0 \quad (\text{II.53})$$

où H_{\max} est le champ maximum caractéristique.

Ceci implique :

$$|h_i| \leq L(i) \cdot \varepsilon_0, \forall i \in \{1 \dots N\} \quad (\text{II.54})$$

avec $L(i) = N+1 - i$

* Détermination des b_i .

On a : $|h_i| \in [-L(i) \cdot \varepsilon_0 ; L(i) \cdot \varepsilon_0]$

On divise l'intervalle $[0 ; L(i) \cdot \varepsilon_0]$ en $L(i)$ intervalles I_j tels que $I_j = [(j-1) \cdot \varepsilon_0 ; j \cdot \varepsilon_0]$ pour $j \in \{1 \dots L(i)\}$. On a alors :

$$b_i(h_i) = \sum_{j=1}^{L(i)} U_{ij} W_j(h_i) \quad (\text{II.55})$$

Les fonctions W_j vérifient :

$$\begin{cases} W_j(i \cdot \varepsilon_0) = 0 & \text{pour } i \neq j \\ W_j(j \cdot \varepsilon_0) = 1 \end{cases} \quad (\text{II.56})$$

Cette fonction est choisie linéaire par morceaux.

Les $U_i = [U_{i1}, \dots, U_{iL(i)}]^T$ pour $i \in \{1 \dots N\}$ sont les N_u inconnues où $N_u = N(N+1)/2$.

Il faut donc déterminer les U_{ij} .

Pour cela, il faut N cycles symétriques, à divers niveaux d'aimantation maximum, obtenus à partir de l'état désaimanté. Il est alors possible d'écrire un système d'équations obtenu à partir des aimantations des cycles correspondant aux divers états du vecteur h . Le problème ainsi défini est surdéterminé. En terme matriciel, le système d'équations s'écrit : $C \cdot U = Q$.

Avec $U = (U_1^T, \dots, U_N^T)^T$

Q : vecteur contenant les données expérimentales (valeurs de l'aimantation)

C : matrice creuse correspondant aux états associés aux niveaux d'aimantation considérés

U est déterminé de façon unique par minimisation du résidu :

$$P = ||C \cdot U - Q|| / ||Q|| \quad (\text{II.57})$$

où $|| \cdot ||$ est une norme euclidienne.

Cette procédure serait meilleure que celle qui consisterait à éliminer les équations redondantes.

II.1.4.3 Avantages et inconvénients du modèle

Ce modèle d'hystérésis statique a été comparé au modèle de Preisach que l'on va traiter plus loin. Il a la même précision que ce modèle de Preisach mais est plus rapide.

Cependant, ce modèle n'a pas pour le moment de généralisation ni dynamique, ni vectorielle.

II.1.5 Modèle de Preisach

Ce modèle est un modèle phénoménologique qui a donné lieu à de nombreuses recherches depuis plus de 50 ans. Nous en présentons la version statique puis sa généralisation dynamique récemment proposée par Bertotti.

II.1.5.1 Modèle classique de Preisach (statique) [MAY-91]

a. Définition

Dans ce modèle, le comportement magnétique du matériau est décrit par le comportement d'un ensemble d'éléments dits de Preisach. Chacun d'eux est caractérisé par un cycle élémentaire d'hystérésis rectangulaire noté $\hat{\gamma}_{\alpha\beta}(H)$ (figure II.3). Ce cycle présente deux champs de commutation α et β , correspondant respectivement à $\dot{H} > 0$ et $\dot{H} < 0$. Si $\mu(\alpha, \beta)$ est la distribution statistique des éléments présentant un cycle avec les champs critiques (α, β) , l'aimantation résultante s'écrit :

$$M(H) = \iint_{(T)} \mu(\alpha, \beta) \hat{\gamma}_{\alpha\beta}(H) d\alpha d\beta \quad (II.58)$$

(T) est le triangle de Preisach sur lequel la fonction $\mu(\alpha, \beta)$ est définie. (T) correspond au domaine suivant (figure II.4) :

$$-H_m \leq \beta \leq \alpha \leq H_m \quad (II.59)$$

H_m correspond au champ de fermeture du cycle majeur quasi-statique.

En utilisant l'aimantation à saturation M_s , on appelle fonction de Preisach la fonction $p(\alpha, \beta)$ définie par :

$$\mu(\alpha, \beta) = M_s p(\alpha, \beta) \quad (II.60)$$

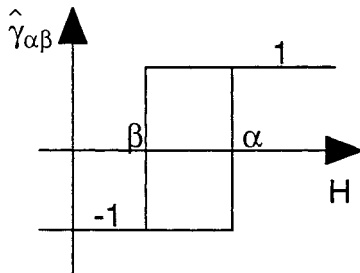


Figure II.3 : Cycle élémentaire de Preisach

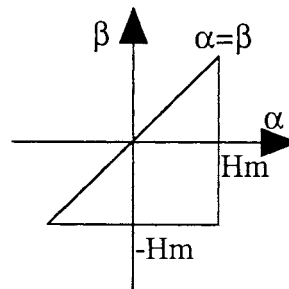


Figure II.4 : Triangle de Preisach

b. Interprétation physique du modèle

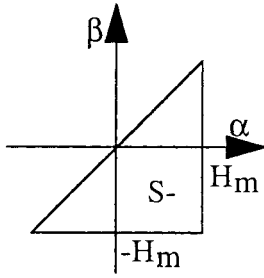
Néel a donné une interprétation physique de ce modèle en considérant le déplacement de parois de Bloch isolées caractérisées par une énergie de paroi présentant un profil en lignes brisées. Cependant, le domaine d'application de cette théorie se limite au domaine de Rayleigh donc à des valeurs de champs faibles.

Ce modèle représente en fait la gêne que rencontrent les parois pour se débloquent en régime quasi-statique. Cette gêne est décrite ici par les champs de commutation α et β . On associe alors à chaque déblocage une variation d'aimantation moyenne égale à $2 M_s$ et pondérée par $p(\alpha, \beta)$. La paroi isolée du cadre monocristal étudiée par Kittel présentait ainsi un cycle élémentaire caractérisé par $\alpha = H_c$ et $\beta = -H_c$ et la variation d'aimantation associée était $2 M_s$. Ce modèle de Preisach donne donc une description statistique des phénomènes de blocage-déblocage subis par les parois dans le matériau. Dans ce modèle, les variations d'aimantation associées aux processus de rotation sont représentées de la même façon que les variations d'aimantation associées aux déplacements de parois.

c. Interprétation géométrique du modèle

Quand H varie dans le temps, il partage le triangle (T) en deux régions $S^+(t)$ et $S^-(t)$ qui correspondent respectivement aux éléments présentant $\hat{\gamma}_{\alpha\beta}(H) = 1$ et $\hat{\gamma}_{\alpha\beta}(H) = -1$. La ligne brisée séparant ces deux régions est notée $L(t)$.

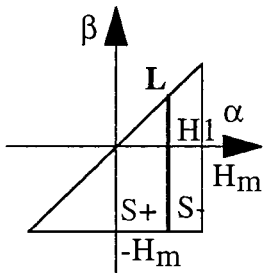
Illustrons cela en considérant la séquence de champ suivante :



* Le matériau est, à l'état initial, saturé négativement : $H \leq -H_m$. Tous les éléments de Preisach sont donc tels que $\hat{\gamma}_{\alpha\beta}(H) = -1$ (figure II.5). L'aimantation s'écrit alors :

$$M(-H_m) = -M_s \iint_{(T)} p(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \quad (II.61)$$

Figure II.5 : Etat saturé négatif

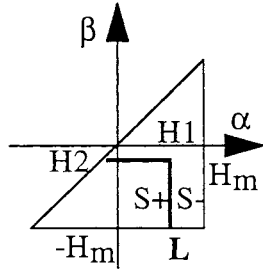


* H augmente de $-H_m$ à H_1 .

Tous les éléments présentant un champ de commutation $\alpha \leq H_1$ vont commuter de l'état $\hat{\gamma}_{\alpha\beta}(H) = -1$ à l'état $\hat{\gamma}_{\alpha\beta}(H) = 1$ ce qui est représenté schématiquement sur la figure II.6. L'aimantation vaut :

$$M(H_1) = M_s \iint_{(s^+)} p(\alpha, \beta) d\alpha d\beta - M_s \iint_{(s^-)} p(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \quad (II.62)$$

Figure II.6 : Augmentation de H de $(-H_m)$ à H_1



* H diminue de H1 à H2

Tous les éléments présentant $\hat{\gamma}_{\alpha\beta} = 1$ et ayant $H_2 \leq \beta$ vont commuter vers l'état $\hat{\gamma}_{\alpha\beta} = -1$ (figure II.7).

Figure 7 : Décroissance de H de H1 à H2

* Au fur et à mesure que H(t) varie, la frontière L(t) se modifie. Les sommets de L(t) correspondent à certains extrêmes du champ. L'aimantation s'écrit généralement :

$$M(H) = M_s \iint_{s^+} p(\alpha, \beta) d\alpha d\beta - M_s \iint_{s^-} p(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \quad (\text{II.63})$$

On décrit ainsi des états caractéristiques du matériau.

- L'état saturé positif (ou négatif) correspond à :

$$\hat{\gamma}_{\alpha\beta} = +1(-1), \forall (\alpha, \beta) \in (T) \quad (\text{II.64})$$

- L'état désaimanté, obtenu par décroissance lente et progressive du champ depuis l'état saturé, correspond à un triangle de Preisach présentant les régions S+ et S- séparées par la droite : $\alpha = -\beta$ (figure II.8).

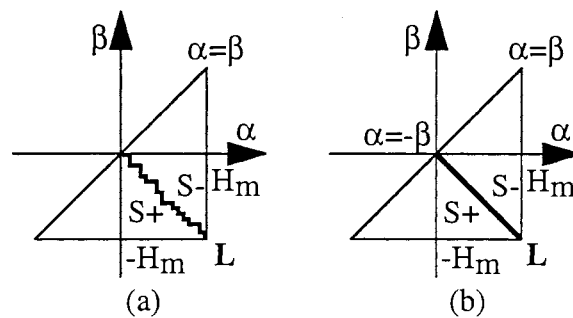


Figure II.8 : (a) Procédure de désaimantation, (b) Représentation de l'état désaimanté

- La courbe de première aimantation $M_{init}(H)$, obtenue par l'application d'un champ H depuis l'état désaimanté, correspond au plan de Preisach décrit à la figure II.9.

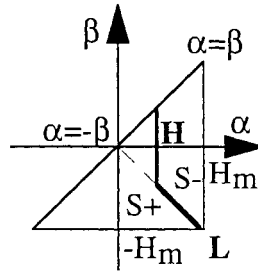


Figure II.9 : Courbe de première aimantation

d. Propriétés du modèle

** Propriété d'effacement*

La figure II.10.(a) présente l'évolution du champ H avec sa succession d'extrêma. La figure II.10.(b) montre comment est la frontière $L(t)$ quand $H = H_6$ et la figure II.10.(c) quand $H = H_7$. On constate que le maximum H_7 , supérieur aux extrêma H_5 et H_3 , conduit à l'effacement des sommets associés à ces extrêma.

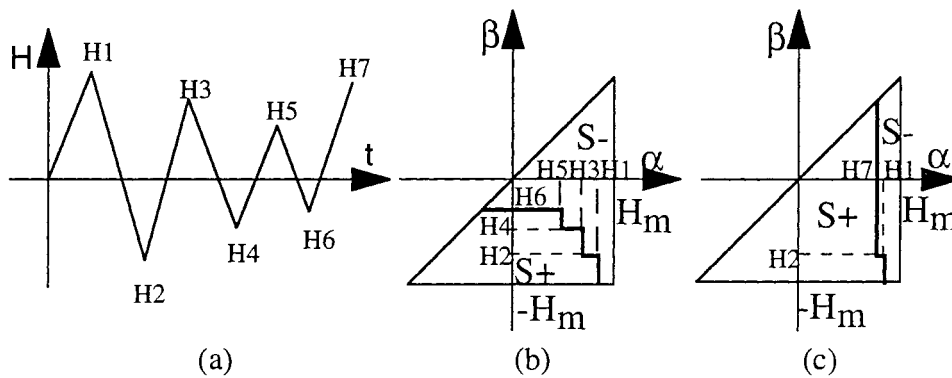


Figure II.10 : Illustrations de la propriété d'effacement

(a) évolution du champ, (b) $H = H_6$, (c) $H = H_7$

Plus généralement, chaque maximum (respectivement minimum) local de $H(t)$ efface les sommets de $L(t)$ dont la coordonnée $\alpha(\beta)$ est inférieure (respectivement supérieure) à ce maximum (respectivement minimum).

** Propriété de congruence des cycles mineurs*

Considérons deux variations différentes du champ $H(t)$ et $H'(t)$ correspondant à deux histoires du matériau différentes.

A $t=t_0$, $H(t)$ et $H'(t)$ oscillent entre 2 extrêma H^+ et H^- (figure II.11).

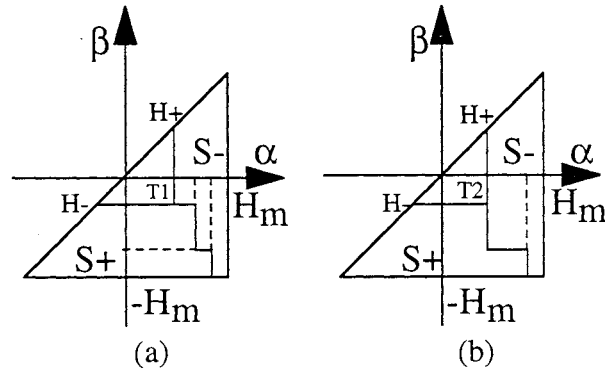


Figure II.11 : Représentation géométrique du matériau quand (a) $H = H(t)$ et (b) $H = H'(t)$

Ces oscillations aboutissent à la description de cycles mineurs dits congruents (figure II.12), c'est-à-dire qu'ils se superposent par translation verticale alors que leurs niveaux d'aimantation respectifs dépendent de leur passé .

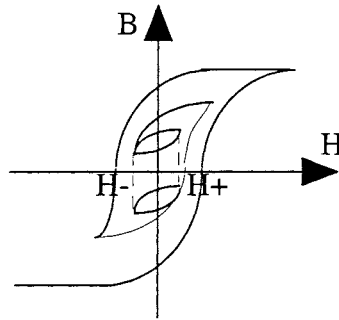


Figure II.12 : Cycles mineurs congruents

* Propriété de symétrie de $p(\alpha, \beta)$

Les cycles présentés étant symétriques, cela impose :

$$p(\alpha, \beta) = p(-\beta, -\alpha) \quad (\text{II.65})$$

e. Détermination de la fonction de Preisach $p(\alpha, \beta)$

Le modèle est caractérisé par sa fonction de Preisach $p(\alpha, \beta)$. Dans la littérature, deux approches sont proposées pour déterminer, indirectement ou directement cette fonction.

* Approche 1 : discrétisation de la fonction de distribution (intégrée ou non) à partir de données expérimentales

Cette approche consiste à discrétiser le plan de Preisach en N éléments, notés (T_k) , auxquels on associe les coordonnées du centre (α_k, β_k) (figure II.13). L'équation (II.58) peut alors s'écrire :

$$M(H) = M_s \cdot \sum_{k=1}^N \left\{ \iint_{(T_k)} p(\alpha, \beta) \cdot d\alpha d\beta \right\} \hat{\gamma}_{\alpha_k \beta_k}(H) \quad (\text{II.66})$$

Le terme noté $P_k = \iint_{(T_k)} p(\alpha, \beta) d\alpha d\beta$ est déterminé à partir de données expérimentales. Deux méthodes sont possibles.

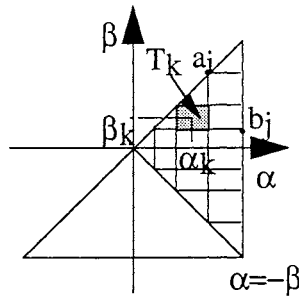


Figure II.13 : Plan de Preisach discrétisé

- La méthode de Biorci [BIO-58]

Deux hypothèses sont faites.

* La fonction $p(\alpha, \beta)$ est supposée factorisable selon :

$$p(\alpha, \beta) = p_1(\alpha) \cdot p_2(\beta) \quad (\text{II.67})$$

Cette factorisation suppose l'indépendance statistique entre les fonctions de distribution relatives aux champs de commutation montant $p_1(\alpha)$ et descendant $p_2(\beta)$.

* D'autre part, la fonction de distribution est supposée varier suffisamment peu sur (T_k) pour pouvoir faire l'approximation :

$$P_k = \iint_{(T_k)} p(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \approx p_1(a_i) \cdot p_2(b_j) \cdot S_k \quad (\text{II.68})$$

où S_k est l'aire de l'élément (T_k) .

Il suffit pour cela de discrétiser suffisamment finement le plan de Preisach.

Biorci propose alors de déterminer les $p_1(a_i)$ et $p_2(b_j)$ en écrivant un système de $3N$ équations à $3N$ inconnues à partir de données expérimentales. Ces données sont la courbe de première aimantation

Minit(H) et la courbe majeure descendante Msat(H). Les détails de la procédure sont présentés en Annexe 2.

- La méthode Mayergoyz [MAY-91]

La méthode proposée par Mayergoyz consiste à déterminer à chaque instant t les sommets de la frontière $L(t)$ en tenant compte de la propriété d'effacement. Il s'appuie ensuite sur l'interprétation géométrique du plan de Preisach pour exprimer l'aimantation. Il utilise comme données expérimentales les courbes de renversement du premier ordre sur le cycle majeur statique (figure II.14). Il associe ensuite des zones du plan de Preisach à des variations d'aimantation mesurées ou interpolées sur les courbes de renversement.

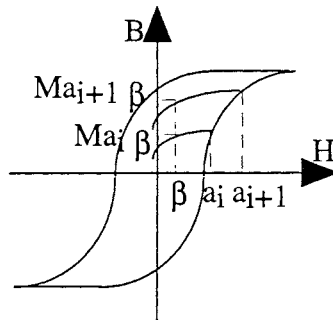


Figure II.14 : Courbes de renversement du premier ordre sur le cycle majeur

Une autre façon de procéder est d'identifier P_k grâce aux variations d'aimantation mesurées sur les courbes de renversement du premier ordre. Soient les courbes de renversement $M_{ai+1}\beta$ issue de $H=a_{i+1}$ et $M_{ai}\beta$ de $H = a_i$ (figure II.14). Si $a_i < \alpha_k < a_{i+1}$ et $b_{j+1} < \beta_k < b_j$ (figure II.15) alors :

$$P(k) = [M_{ai+1} b_j - M_{ai+1} b_{j+1}] - [M_{ai} b_j - M_{ai} b_{j+1}] \quad (\text{II.69})$$

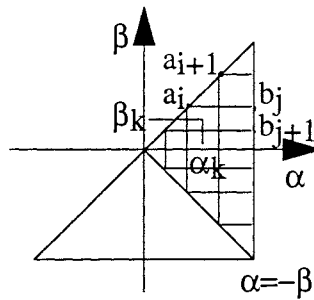


Figure II.15 : Calcul de $P(k)$ à partir des courbes de renversement du premier ordre

***Approche 2 : connaissance a priori de $p(\alpha, \beta)$**

Cette deuxième approche consiste à donner une expression analytique de $p(\alpha, \beta)$.

Nous avons vu que la méthode de Biorci, basée principalement sur l'hypothèse de factorisation de $p(\alpha, \beta)$, permettait d'identifier les valeurs discrètes de $p_1(\alpha)$ et $p_2(\beta)$. Cependant, il n'est pas aisé de donner une expression analytique de $p(\alpha, \beta)$ à partir de cette détermination comme le montre la

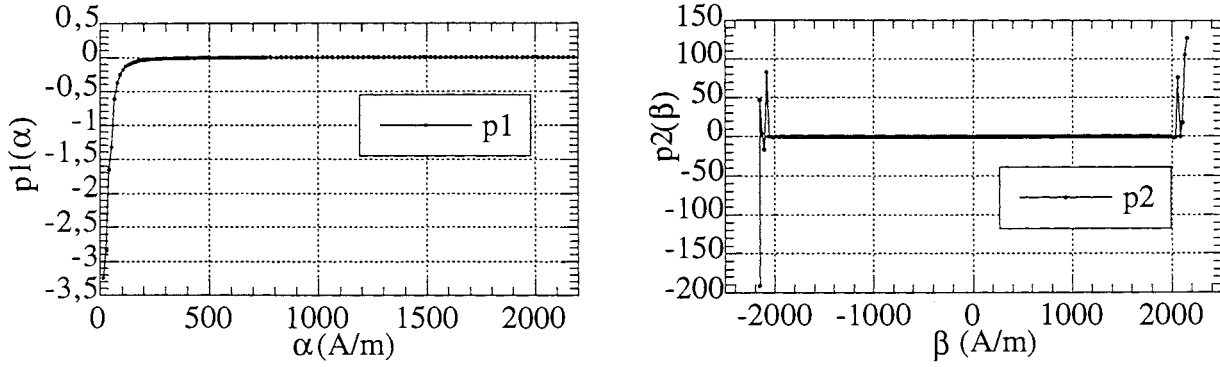


Figure II.16 : $p_1(\alpha)$ et $p_2(\beta)$ obtenues par la méthode de Biorci pour les tôles N.O.

FeV 400-50 HA

figure II.16 présentant les variations de $p_1(\alpha)$ et $p_2(\beta)$ pour la tôle N.O. FeV400-50HA pour laquelle nous montrerons que la méthode de Biorci donne de bons résultats. Certaines valeurs de $p_1(\alpha)$ et $p_2(\beta)$ sont du reste négatives ce qui peut conduire à une fonction $p(\alpha, \beta)$ négative : ceci n'est guère logique si $p(\alpha, \beta)$ est considérée comme une fonction de distribution. De plus, la condition de proportionnalité entre $p_1(\alpha)$ et $p_2(-\alpha)$, découlant de la propriété de symétrie de $p(\alpha, \beta)$ (II.65) et de l'hypothèse de factorisation (II.67), n'est pas bien vérifiée. Ces comportements peuvent s'expliquer par l'utilisation de différences entre aimantations très proches dans la méthode de calcul de Biorci.

La fonction $p(\alpha, \beta)$ pourrait également être déterminée de façon discrète à partir des courbes de renversement du premier ordre proposées par Mayergoyz, l'expression (II.69) et en supposant la fonction de Preisach factorisable. Une discrétisation correcte pour calculer $p(\alpha, \beta)$ nécessiterait un grand nombre de courbes de renversement et une précision dans les mesures de l'ordre du mT. Pour ces raisons, nous n'avons pas mis en oeuvre une telle mesure. L'allure de $p_1(\alpha)$ et $p_2(\beta)$ obtenues à partir de la quinzaine de courbes de renversement mesurées pour la tôle G.O. nous a simplement permis de mettre en évidence des courbes, certes assez grossières, mais en forme de cloche autour respectivement de $(+H_c)$ et $(-H_c)$.

Dans la littérature des fonctions analytiques sont utilisées pour $p(\alpha, \beta)$. Dans le cas de l'enregistrement magnétique, par exemple, des gaussiennes sont souvent utilisées pour décrire $p_1(\alpha)$ et $p_2(\beta)$. Elles permettent d'obtenir ces cycles rectangulaires présentés par les média et non par les tôles FeSi. Une telle fonction n'est donc pas adaptée. Il faudrait en particulier utiliser une fonction qui décroît de manière moins abrupte que la gaussienne. Bertotti a proposé pour cela une lorentzienne [BER-93a] de la forme :

$$p(\alpha, \beta) = \frac{K}{\left[1 + \left(\frac{\alpha}{H_c} - \frac{1}{2}\right)^2\right] * \left[1 + \left(\frac{\beta}{H_c} + \frac{1}{2}\right)^2\right]} \quad (\text{II.70})$$

K est une constante de normalisation et H_c est le champ coercitif du matériau. K est ajusté pour que le modèle donne $M(H=H_m)=M_s$ sur la courbe majeure.

La lorentzienne permettrait d'obtenir les bonnes pertes par hystérésis considérées proportionnelles à l'aire du cycle d'hystérésis statique. Nous testerons la validité de cette fonction pour décrire le comportement $B(H)$ du matériau. En effet, la connaissance a priori de $p(\alpha, \beta)$ serait un avantage important pour la mise en oeuvre du modèle de Preisach.

II.1.5.2 Modèles de Preisach statiques dérivés

Des auteurs ont proposé des modifications du modèle de Preisach classique afin d'améliorer ses performances. Nous nous intéresserons uniquement ici aux modèles dérivés qui traitent du problème de congruence des cycles mineurs et celui de la réversibilité dans le modèle de Preisach.

a. Problème de la congruence des cycles mineurs

Mayergoyz a proposé un modèle de Preisach dit généralisé permettant de relâcher la propriété de congruence [MAY-91]. Ce modèle, s'appuyant sur un nombre considérable de données comprenant des courbes de renversement du premier et du second ordres, n'est pas présenté en détail ici.

En revanche, nous présentons le principe du "moving Preisach Model" ou modèle de Preisach avec contre-réaction [DEL-91]. Il consiste à introduire un champ dit d'interaction noté $H_i(M)$ en contre-réaction sur le modèle initial (figure II.17). Cela permet de corriger une fonction de distribution ne pouvant pas, seule, bien restituer l'aimantation du matériau. Une conséquence intéressante de ce modèle dérivé concerne les cycles mineurs.

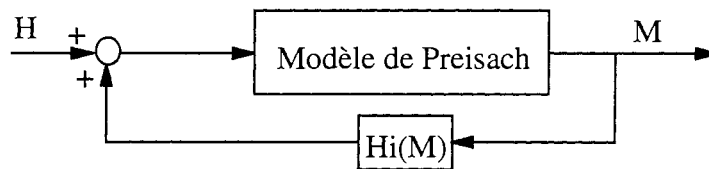


Figure II.17 : Principe du modèle de Preisach avec contre-réaction

Le modèle de Preisach utilisé a été caractérisé préalablement par l'une des méthodes exposées précédemment. Supposons que la méthode de caractérisation choisie ne permette pas de décrire correctement le comportement du matériau. Utiliser $H_i(M)$ en contre-réaction permet alors de corriger ces imperfections.

Si on considère un cycle élémentaire caractérisé par le couple (α, β) , on constate qu'il n'est pas centré en 0 mais en la valeur $\frac{\alpha + \beta}{2}$ (figure II.18). Cela revient à dire que l'élément doit non seulement vaincre son champ critique $\frac{\alpha - \beta}{2}$ mais également le champ d'interaction $\frac{\alpha + \beta}{2}$ pour commuter. Le modèle avec contre-réaction traduit le fait que la fonction de Preisach utilisée pêche par trop de simplicité et ne décrit pas bien la répartition de ces champs d'interaction. Une manière de corriger le comportement est donc d'introduire ce champ d'interaction que l'on peut estimer dans une première approche uniquement dépendant du niveau d'aimantation.

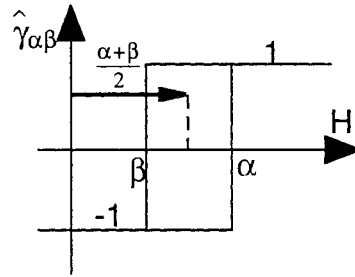


figure II.18 : Cycle élémentaire de Preisach

La méthode utilisée pour déterminer $H_i(M)$ est de tracer des cycles symétriques à divers niveaux d'aimantation maximum B_{\max} , à la fois par le modèle de Preisach seul et expérimentalement. Pour chaque cycle et une variation de champ donnée ($\dot{H} > 0$, par exemple), on se place au niveau d'aimantation B' et on mesure le champ H_1 donné par le cycle expérimental et le champ H_2 donné par le cycle obtenu par le modèle (figure II.19). On en déduit :

$$H_i(M) = H_2 - H_1 \quad (\text{II.71})$$

On trace ainsi $H_i(M, B_{\max})$ puis on en fait une moyenne pour déterminer $H_i(M)$. Les variations de $H_i(M)$ obtenues pour l'autre sens de variation du champ ($\dot{H} < 0$ ici) sont déduites par symétrie.

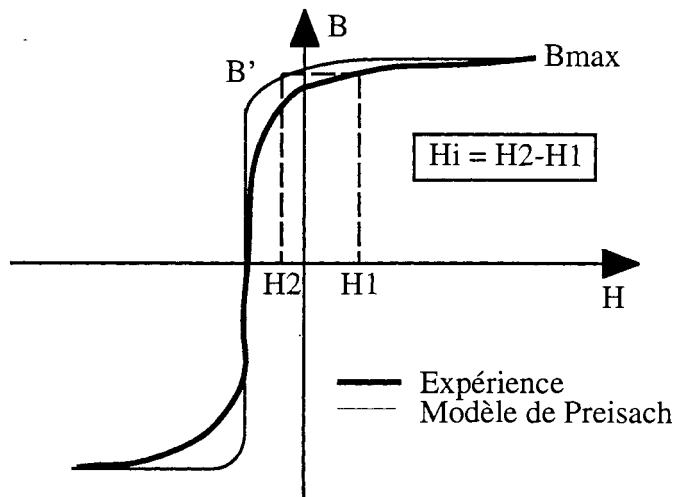


Figure II.19 : Obtention du champ d'interaction $H_i(M)$ pour $\dot{H} < 0$

Une telle méthode est à notre sens un moyen élégant de corriger une fonction de distribution mal approchée. On la trouve associée par exemple à une fonction de distribution posée a priori comme la lorentzienne [BER-93a]. Nous étudierons une telle approche.

Une conséquence intéressante d'un tel modèle est que les cycles mineurs obtenus par oscillation du champ entre deux valeurs H_m et H_M ne sont plus congruents mais ont leur hauteur qui varie avec

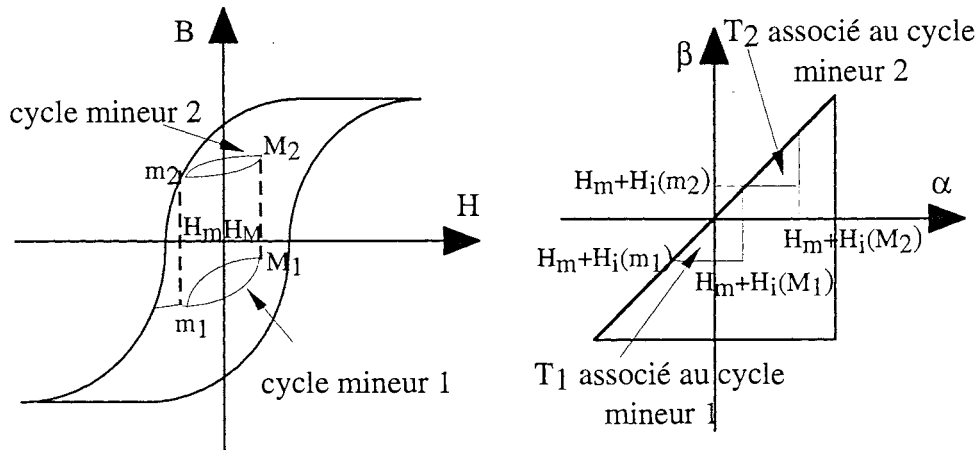


Figure II.20 : Conséquence de la prise en compte du champ d'interaction sur les cycles mineurs

leur niveau d'aimantation associé. Cela est dû au fait que le triangle d'intégration sur le plan de Preisach associé à chaque cycle mineur est différent à cause du champ d'interaction (figure II.20).

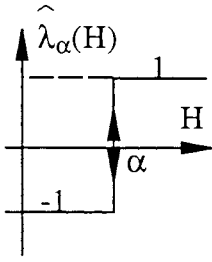
Si un modèle de Preisach est utilisé avec une fonction de distribution bien caractérisée, il décrira en particulier des cycles symétriques très proches des cycles expérimentaux. De ce fait, par la procédure précédemment proposée, le champ d'interaction $H_i(M)$ est nul. On pourrait toutefois utiliser un champ $H_i(M)$ en contre-réaction uniquement pour décrire et donc corriger les cycles mineurs. Il faudrait alors poser pour $H_i(M)$ une fonction dont les paramètres seraient déterminés à partir de cycles mineurs expérimentaux.

b. Problème de la composante d'aimantation réversible

Le modèle de Preisach classique décrit le comportement d'un ensemble d'éléments présentant des cycles d'hystérésis, comportement donc purement irréversible; une des critiques faites à ce modèle serait son incapacité à décrire les phénomènes réversibles d'aimantation.

Une variation d'aimantation procède en fait à la fois de mouvements réversibles et irréversibles de parois. En toute rigueur, il faudrait donc être capable d'extraire les deux composantes réversible et irréversible en fonction du niveau d'aimantation, de la variation du champ et du passé du matériau. Certains auteurs [SZP-87] ont entrepris cette démarche en s'appuyant sur un nombre important de résultats expérimentaux sans pour autant dégager de résultats suffisamment généraux.

Dans les cas considérés jusqu'à présent, les données utilisées résultent donc des variations d'aimantation dues à la fois à des phénomènes réversibles et irréversibles. Pour cette raison, le modèle de Preisach, basé sur des comportements irréversibles, restitue aussi des variations d'aimantation réversibles.



On rencontre cependant dans la littérature l'introduction d'un opérateur réversible d'aimantation $\hat{\lambda}_\alpha(H)$ (figure II.21) auquel on associe la fonction de distribution $v(\alpha)$. L'aimantation s'écrit alors :

$$M(H) = Ms \iint_{(T)} p(\alpha, \beta) \hat{\gamma}_{\alpha\beta}(H) d\alpha d\beta + Ms \int_{(C\alpha)} v(\alpha) \hat{\lambda}_\alpha(H) d\alpha \quad (\text{II.72})$$

$(C\alpha)$ est la droite $\alpha=\beta$ du plan de Preisach.

Figure II.21 : Opérateur réversible de Preisach

Si on considère un plan de preisach discrétisé (comme c'est obligatoire lorsqu'on veut utiliser des données expérimentales pour caractériser le modèle : voir II.1.5.1.e, approche 1), l'opérateur $\hat{\lambda}_\alpha$ est alors assimilable au cas particulier où $\alpha=\beta$ pour l'opérateur $\hat{\gamma}_{\alpha\beta}$.

En effet, pour un modèle sans opérateur réversible, l'aimantation s'écrit :

$$M(H) = Ms. \sum_{k=1}^N \left\{ \iint_{(T_k)} p(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \right\} \hat{\gamma}_{\alpha_k \beta_k}(H) \quad (\text{II.73})$$

Pour exprimer l'aimantation avec un opérateur réversible, on distingue les éléments rectangulaires (T_i) des éléments triangulaires (T_j) dont un des côtés appartient à $(C\alpha)$. Pour ces éléments triangulaires (T_j) , les coordonnées associées sont : $\alpha_j = \beta_j$ (figure II.22), donc $\hat{\gamma}_{\alpha_j \beta_j} = \hat{\lambda}_{\alpha_j}$ d'où :

$$M(H) = Ms. \sum_i \left\{ \iint_{(T_i)} p(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \right\} \hat{\gamma}_{\alpha_i \beta_i}(H) + Ms. \sum_j \left\{ \left(\iint_{(T_j)} p(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \right) + \left(\int_{(C\alpha_j)} v(\alpha) d\alpha \right) \right\} \hat{\gamma}_{\alpha_j \beta_j}(H) \quad (\text{II.74})$$

où $(C\alpha_j)$ est le segment de $(C\alpha)$ correspondant à un des côtés du triangle (T_j) de centre $(\alpha_j, \beta_j = \alpha_j)$

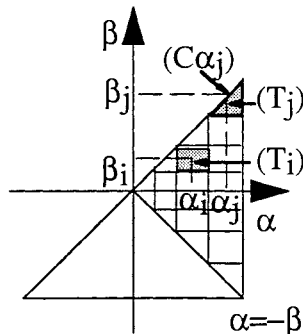


Figure II.22 : Eléments rectangulaires (T_i) et triangulaires (T_j) du plan de Preisach discrétisé.

Dans ce cas, les variations d'aimantation ΔM_j expérimentales associées à $P_j = \iint_{(T_j)} p(\alpha, \beta) d\alpha d\beta$ pour le modèle sans opérateur réversible sont associées au terme $S_j = \iint_{(T_j)} p(\alpha, \beta) d\alpha d\beta + \int_{(C\alpha_j)} v(\alpha) d\alpha$ du modèle avec opérateur réversible. Les variations d'aimantation ainsi calculées par (II.73) et (II.74) sont alors équivalentes.

C'est pourquoi si, sur un plan théorique, l'introduction de l'opérateur $\hat{\lambda}_\alpha$ peut paraître séduisante, sur un plan pratique, cet opérateur ne modifie guère le modèle du fait de la discrétisation du plan de Preisach.

En revanche, cet opérateur peut être intéressant pour décrire la partie bijective des cycles lorsque le matériau sature pour un champ appliqué supérieur au champ caractéristique du plan de Preisach H_m .

II.1.5.3 Modèle de Preisach dynamique

Le modèle de Preisach dynamique se trouve au carrefour du modèle de Preisach classique, de la théorie statistique développée depuis une dizaine d'années par Bertotti notamment autour du concept d'objet magnétique (noté O.M.) et du modèle de Kittel de la paroi isolée.

a. Rappel sur la théorie statistique de Bertotti [BER-85]

Dans le matériau, les parois des domaines ont tendance à bouger en bloc à cause de champs de corrélation internes magnétostatiques. Un O.M. est alors défini par Bertotti par un ensemble de parois magnétiquement corrélées et présentant de ce fait le même comportement dynamique. Le nombre de parois impliquées dépend du type de matériau considéré et plus particulièrement de l'espace moyen entre les parois et de la microstructure. Dans un G.O. où l'espacement moyen entre parois est plus grand que l'épaisseur de la tôle, l'O.M. se limiterait à une paroi. Dans un N.O. où la structure en domaines est fine, la région de corrélation s'étendrait à un ou plusieurs grains.

Bertotti généralise alors à ses O.M. la loi de la dynamique établie par Kittel pour une paroi isolée.

Il s'intéresse tout d'abord à la loi de variation de flux obtenue pour une paroi évoluant au milieu d'autres parois. Par rapport au cas considéré par Kittel, il faut à présent tenir compte des courants induits développés par les autres parois. Dans un premier temps, ces parois sont supposées aléatoirement distribuées dans le matériau de façon à considérer un contre-champ H_{cl} dû à l'effet moyen des courants induits :

$$\dot{\phi}(t) = \frac{1}{\sigma G} [H_s(t) - H_{hys} - H_{cl}(t)] \quad (II.75)$$

$H_s(t)$ est le champ appliqué au matériau et H_{hys} représente la gêne due à l'hystérésis du matériau.

L'hypothèse qui consiste à considérer la disposition des parois aléatoire est valable dans le cas de tôles G.O. où l'espacement entre paroi est grand. Alors une paroi est assimilée à un O.M. et cet O.M. a pour loi d'évolution du flux :

$$\dot{\phi}^{(O.M.)}(t) = \frac{1}{\sigma G^{(O.M.)}} [H_s(t) - H_{hys} - H_{cl}(t)] \quad (II.76)$$

Dans le cas d'une structure en parois fine, il faut tenir compte des interactions entre parois. Dans des structures très fines, l'étude relative aux bruits de Barkhausen a montré que l'aimantation procède du mouvement de groupes de parois très corrélés dans une région limitée de la section appelés groupes de Barkhausen (G.B.). Une étude statistique montre alors que la dynamique du flux de chaque G.B. est :

$$\dot{\phi}^{(G.B.)}(t) = \frac{1}{\sigma G^{(G.B.)}} [H_s(t) - H_{hys} - H_{cl}(t)] \quad (II.77)$$

$G^{(G.B.)}$ est une fonction complexe de la structure interne du G.B.. On a : $0.5 \geq G^{(G.B.)} \geq G$.

L'équation (II.77) est à rapprocher de l'équation (II.75). Cette fois-ci, c'est le G.B. qui joue le rôle d'une paroi active donc d'un O.M. et c'est lui qui est supposé être disposé aléatoirement dans la section.

A partir de ces deux cas extrêmes, Bertotti en tire la généralisation suivante : on associe à chaque O.M. un coefficient d'amortissement généralisé $G^{(X)}$ qui détermine la proportionnalité entre la pression agissant sur un O.M. et le flux $\phi^{(X)}$ obtenu en correspondance. On montre que $G^{(X)} \neq G$. Les O.M. sont supposés être placés aléatoirement dans la section. Par analogie, on a alors :

$$\dot{\phi}^{(O.M.)}(t) = \frac{1}{\sigma G} [H_s(t) - H_{hys} - H_{cl}] \quad (II.78)$$

b. Définition du modèle de Preisach dynamique [BER-92]

Le modèle de Preisach classique est statique. La commutation des cycles élémentaires se fait de façon instantanée. La généralisation de Bertotti consiste à associer un O.M. à chaque cycle élémentaire de Preisach et à considérer que la variation de flux d'un O.M. dépend du temps et est décrite par la loi (II.78). On a alors :

$$M(t) = M_s \iint_{(\tau)} p(\alpha, \beta) \cdot \phi_{\alpha\beta}(t) \cdot d\alpha d\beta \quad (II.79)$$

avec :

$$\begin{cases} \frac{\partial \phi_{\alpha\beta}}{\partial t} = k.[H(t)-\alpha] & \text{pour } H(t) > \alpha \text{ et } \phi_{\alpha\beta} \leq 1 \\ \frac{\partial \phi_{\alpha\beta}}{\partial t} = k.[H(t)-\beta] & \text{pour } H(t) < \beta \text{ et } \phi_{\alpha\beta} \geq -1 \\ \frac{\partial \phi_{\alpha\beta}}{\partial t} = 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{II.80})$$

c. Paramètres du modèle

- $p(\alpha, \beta)$: cette fonction est la fonction de Preisach. Bertotti considère qu'il s'agit de la même fonction de distribution que celle déterminée en régime quasi-statique.

Dans la réalité, les parois ne subissent pas la même gêne à leur déplacement avec la fréquence comme on l'a vu au I.1.5. En effet, les variations temporelles du champ font que certains champs critiques ne sont plus expérimentés par la paroi. Cependant, il ne faut pas oublier que le modèle de Preisach est une représentation statistique des processus d'aimantation et on peut admettre dans une première approche que cette statistique n'est pas affectée par la fréquence.

- k : Bertotti en donne une définition qui découle de la normalisation du flux élémentaire associé à chaque O.M. :

$$k = \frac{N_0}{\sigma \cdot G \cdot S \cdot M_s} \quad (\text{II.81})$$

S est la section de la tôle (m^2), σ la conductivité ($\Omega^{-1} \text{m}^{-1}$), M_s l'aimantation à saturation (T)

N_0 est le nombre total d'O.M. présents dans la section de la tôle. Pour des tôles N.O., un O.M. est équivalent à un voire plusieurs grains. Si s est le côté moyen d'un grain, N_0 est proportionnel à la grandeur $\frac{S}{s^2}$. Pour des tôles G.O., un O.M. est assimilable à une paroi. On constate qu'il est difficile a priori de donner une valeur de k car il faut pouvoir déterminer précisément la région associée à un O.M.. Nous proposerons une méthode simple et basée sur des données expérimentales pour déterminer k .

d. Problème du contre-champ dû aux courants induits H_{cl} [BER-91]

Le champ $H(t)$ appliqué au modèle de Preisach dynamique est :

$$H(t) = H_s(t) - H_d(M) - H_{cl}(t) \quad (\text{II.82})$$

$H_s(t)$ est le champ appliqué au matériau

$H_d(M)$ est le champ démagnétisant dû à la géométrie du matériau

$H_{cl}(t)$ est le champ provenant de l'effet moyen des courants induits générés par les O.M.

Il reste alors à déterminer le contre-champ $H_{cl}(t)$. Bertotti l'estime à partir de sa décomposition arbitraire des pertes. Après avoir discuté cette décomposition des pertes, nous proposons une autre façon de calculer le contre-champ $H_{cl}(t)$.

Bertotti exprime les pertes selon :

$$P_T = P_{phys} + P_{cl} + P_{exc} \quad (II.83)$$

P_{phys} sont les pertes calculées à partir du cycle d'hystérésis statique du matériau; P_{cl} sont les pertes dites "classiques" calculées pour un matériau supposé homogène, une loi $B(H)$ linéaire et des grandeurs magnétiques scalaires et sinusoïdales; P_{exc} sont les pertes en excès.

H_{cl} est alors associé au terme des pertes classiques P_{cl} en posant que :

$$P_{cl} \propto 4 M_{max} \cdot f \cdot H_{cl} \quad (II.84)$$

avec M_{max} l'aimantation maximum et f la fréquence.

L'expression (II.84) provient de l'approximation du cycle $\bar{B}(H_s)$ par un trapèze (figure II.23) et donc des pertes totales moyennes P_T par :

$$P_T \propto 4 B_{max} \cdot f \cdot \{H_{cl} + H_{hys} + H_{exc}\} \quad (II.85)$$

et

$$P_T = P_{cl} + P_{phys} + P_{exc} \quad (II.86)$$

Donc :

$$H_{cl} \propto \frac{P_{cl}}{4 \cdot M_{max} \cdot f} \quad (II.87)$$

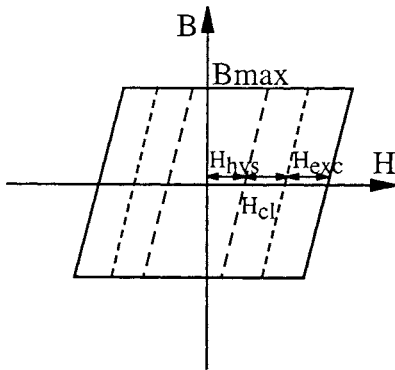


Figure II.23 : Calcul de H_{cl}

Ainsi, le cycle obtenu par le modèle de Preisach dynamique $B(H)$ correspond selon Bertotti au terme $(P_{phys} + P_{exc})$.

Bertotti a élaboré une théorie statistique pour retrouver à partir d'un certain nombre de paramètres les pertes en excès et calculer ainsi les pertes avec l'expression (II.83). Cette théorie s'applique bien, avec certaines limites, notamment fréquentielles, à un bon nombre de matériaux. Cependant, la décomposition des pertes proposée est discutable. Dans une tôle soumise à un champ $H_s(t)$, les pertes totales s'expriment :

$$P_T = \frac{1}{T} \int \left(\iiint_{(v)} \rho J^2 dv \right) dt + \frac{1}{T} \iiint_{(v)} \left(\oint H dB \right) dV \quad (II.88)$$

Quand on prend en compte la dynamique des parois avec la fréquence, le cycle local $B(H)$ est différent du cycle obtenu en régime quasi-statique. D'autre part, la génération de courants induits implique que H n'est pas homogène dans la section, ce qui génère des cycles locaux différents. Le deuxième terme dans (II.88) n'est donc pas assimilable aux pertes par hystérésis statique (pertes Phys pour Bertotti). De même, les pertes classiques P_{cl} ne tiennent pas compte des variations de la perméabilité différentielle due à l'hystérésis et ne sont pas assimilables au premier terme de (II.88).

Le terme P_{exc} recouvre finalement tous les phénomènes que l'on n'a pas su décrire simplement par ailleurs.

Ainsi, on comprend l'intérêt de pouvoir utiliser un modèle local $B(H)$ qui décrit au mieux les phénomènes physiques dans la section de la tôle de façon à bien calculer les deux termes des pertes définis en (II.88). Il s'agit d'une façon différente de (II.83) pour calculer les pertes. Toutefois, le terme dû aux courants de Foucault s'obtient, dans le calcul, à partir de densités \vec{J} de courants induits qui sont macroscopiques alors que dans la réalité, ces courants induits sont générés localement par les déplacements de parois. Cela provient du fait que, dans le calcul, le matériau est considéré homogène, ce qui ne correspond pas à la réalité. Il y a donc une approximation faite sur ces courants induits. Cette approximation peut se répercuter sur le calcul des pertes dues aux courants de Foucault mais également sur le terme de pertes dues à l'hystérésis : en effet, dans l'expression du deuxième terme de (II.88), le champ H est le champ en un point de la section et dépend des courants induits présents.

Cependant, si l'on choisit d'exprimer les pertes avec l'expression (II.88), nous pensons que le terme H_{cl} , que nous appellerons par la suite de façon plus générale le contre-champ dû aux courants induits H_{ci} , peut être approché différemment qu'avec (II.87). Dans le calcul de diffusion dans la section des tôles (plan (O,X,Z)), ce champ H_{ci} sera défini (en un point de la section) par :

$$H_{ci}(x,z,t) = H_s(t) - H(x,z,t) \quad (II.89)$$

où $H(x,z,t)$ est le champ dans la section qui résulte du champ appliqué en surface et du contre-champ dû aux courants induits. Ces courants induits sont considérés ici macroscopiques et proviennent des variations d'aimantation générées, entre autres, par un modèle $B(H)$ de Preisach dynamique.

H_{cl} ne sera donc plus associé aux pertes classiques mais aux pertes par courants de Foucault définies dans (II.88) car il sera calculé à partir d'une loi hystérétique.

Dans le cas où le modèle utilisé est le modèle de Preisach dynamique, on peut remarquer que ce modèle a été appliqué à des amorphes [BER-93b] mais uniquement pour des fréquences adaptées vis-à-vis de l'épaisseur de peau : pour ces fréquences, H_{cl} est très faible et les grandeurs magnétiques calculées varient peu sur la section des tôles.

Avec notre définition du contre-champ dû aux courants induits donnée en (II.89) nous proposons d'appliquer ce modèle de Preisach dynamique à des fréquences suffisamment élevées où les grandeurs magnétiques dans la section de la tôle ne peuvent plus être supposées en première approximation quasi-homogènes.

II.1.6 Conclusion

Etant donné ses possibilités a priori simples de caractérisation en régime quasi-statique et la généralisation dynamique proposée par Bertotti, nous nous sommes orientés vers un modèle de Preisach pour décrire le comportement hystérétique des matériaux doux.

Nous présentons à présent la caractérisation de ce modèle dans ses versions statique et dynamique pour les tôles FeSi commerciales.

II.2 CARACTERISATION DU MODELE DE PREISACH POUR LES TOLES FeSi COMMERCIALES

Nous présentons les résultats que nous avons obtenus en régime de champ quasi-statique en ce qui concerne la caractérisation du modèle de Preisach pour deux types de tôles :

- une tôle N.O. FeV 400-50 HA ($P_{50Hz}^{1,5T} = 4 \text{ W/kg}$, $B(H=2500 \text{ A/m}) = 1,51 \text{ T}$)
- une tôle G.O. MO89-27N ($P_{50Hz}^{1,7T} = 1,15 \text{ W/kg}$, $B(H=800 \text{ A/m}) = 1,8 \text{ T}$).

Nous comparons quatre méthodes : les méthodes de Mayergoyz, Biorci, l'utilisation d'une lorentzienne et d'une lorentzienne avec champ d'interaction en contre-réaction. Nous en déduisons la méthode à préconiser en fonction du type de tôle à partir de la précision obtenue et du rapport entre le nombre de données utilisées et la précision.

Pour le modèle de Preisach dynamique, nous présentons une méthode simple de caractérisation du paramètre k . Nous appliquons la méthode à deux tôles N.O. : une d'épaisseur conventionnelle (0,5 mm) et l'autre mince (0,1 mm), ce qui permet de balayer une plus large plage de fréquences pour déterminer ce paramètre.

II.2.1 Dispositif utilisé

Le dispositif disponible au laboratoire et utilisé pour nos mesures est un cadre Epstein constitué d'un empilement de tôles de 30 mm de largeur et de deux enroulements permettant d'imposer un champ en surface des tôles ou un flux à travers leur section et de mesurer leur dual. Suivant que la mesure est effectuée en régime quasi-statique ou en régime fréquentiel, le banc de mesure diffère. Dans ces deux cas, le champ est imposé à la tôle. Nous présentons également le cas particulier de la désaimantation.

II.2.1.1 Principe de la mesure sur cadre Epstein

Grâce à l'enroulement primaire dans lequel circule un courant I_1 , on applique aux tôles un champ en surface H_s . H_s et I_1 sont liés par le théorème d'Ampère et leur coefficient de proportionnalité dépend des caractéristiques du cadre. Le champ $H_s(t)$ génère un flux $\phi(t)$ dans la section des tôles dont la dérivée par rapport au temps $\dot{\phi}$ est mesurée au secondaire par la tension $V_2(t)$. L'intégration de ce signal $V_2(t)$ permet ainsi de calculer le flux donc l'induction moyenne \bar{B} .

La mesure et le traitement des grandeurs $I_1(t)$ et $V_2(t)$ permet donc de connaître $H_s(t)$ et $\bar{B}(t)$.

II.2.1.2 Mesures en quasi-statique

Le dispositif utilisé est présenté figure II.24.

Le PC commande directement les amplificateurs Kepco en incréments de courant continu. Le courant I_1 est mesuré par l'intermédiaire d'une résistance étalon plus précise qu'une sonde à effet Hall à basse fréquence. Les variations de la tension au secondaire V_2 étant faibles, un fluxmètre avec une grande précision ($1 - 2 \cdot 10^{-7} \text{ Vs}^{-1}$) doit être utilisé. Les deux tensions ainsi mesurées (tension de sortie du fluxmètre et tension du shunt) sont envoyées sur un voltmètre à deux voies qui permet l'acquisition des données grâce à une liaison IEEE.

Un générateur de fonction arbitraire commandé par le PC n'a pu être utilisé à l'entrée de l'amplificateur de courant en régime quasi-statique contrairement au régime fréquentiel. La raison est

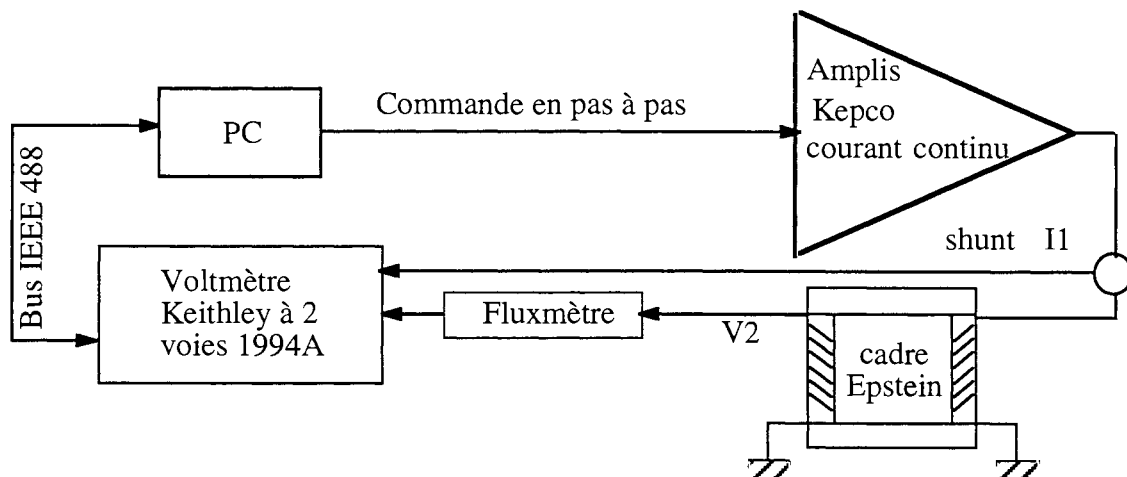


Figure II.24 : Dispositif utilisé en quasi-statique

qu'un problème se posait pour la mesure de la courbe de première aimantation. Etant mesurée à partir d'un état désaimanté, elle nécessite le déclenchement de la mesure à un moment bien précis, déclenchement que l'on n'impose pas en régime fréquentiel où l'acquisition se fait à un moment quelconque sur plusieurs périodes.

Ce dispositif a été utilisé pour mesurer la courbe de première aimantation, la courbe majeure descendante, les courbes de renversement du premier ordre, les cycles quasi-statiques symétriques à divers niveaux d'aimantation maximum.

Ces mesures peuvent également être effectuées manuellement sans l'intervention du PC. Cela a été fait pour relever la courbe $B(H)$ décrite pour une décroissance progressive du champ depuis l'état saturé du matériau en régime quasi-statique.

II.2.1.2 Mesures en régime fréquentiel

Le PC commande ici un générateur de fonctions arbitraires qui se trouve à l'entrée des amplificateurs de courant (figure II.25). Une sonde à effet Hall mesure le courant I_1 . La variation de flux est suffisante pour directement intégrer numériquement le signal $V_2(t)$ obtenu au secondaire du cadre Epstein. $V_2(t)$ et $I_1(t)$ sont transmis au PC par le voltmètre Keithley.

Ce banc est utilisé pour mesurer les cycles $\bar{B}(H_s)$ pour différentes fréquences et un champ (d'évolution a priori quelconque) imposé et ici sinusoïdal.

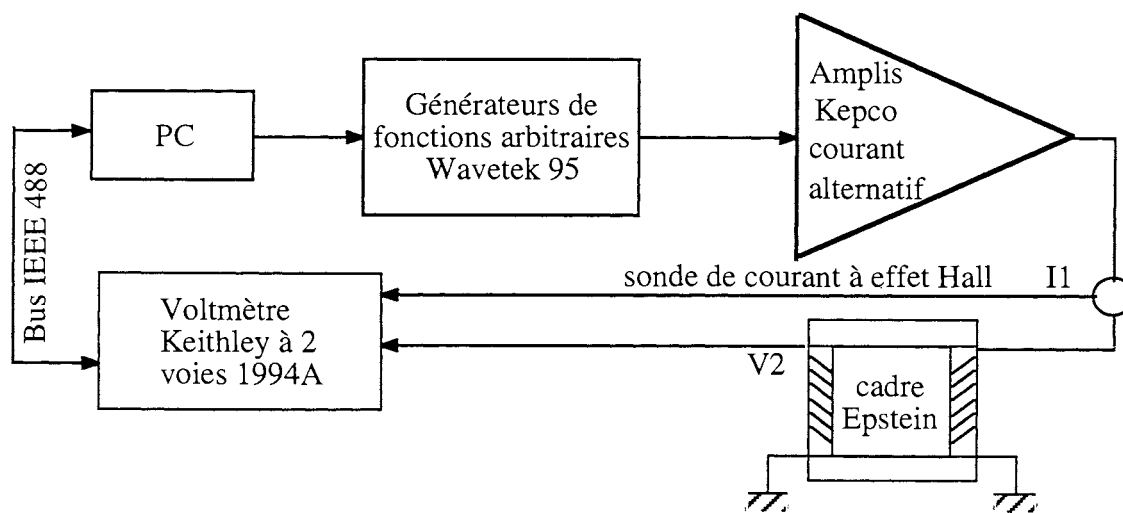


Figure II.25 : Dispositif utilisé en régime fréquentiel

II.2.1.3 Procédure de désaimantation

Pour désaimanter le matériau, on applique une induction moyenne $\bar{B}(t)$ alternative d'amplitude décroissante, à 50 Hz. Dans cette procédure, on asservit l'induction moyenne plutôt que le champ (figure II.26). La raison est qu'asservir le champ à des variations sinusoïdales depuis un état saturé demande beaucoup trop de puissance aux amplificateurs de courant disponibles au laboratoire, ce qui n'est pas le cas pour le flux.

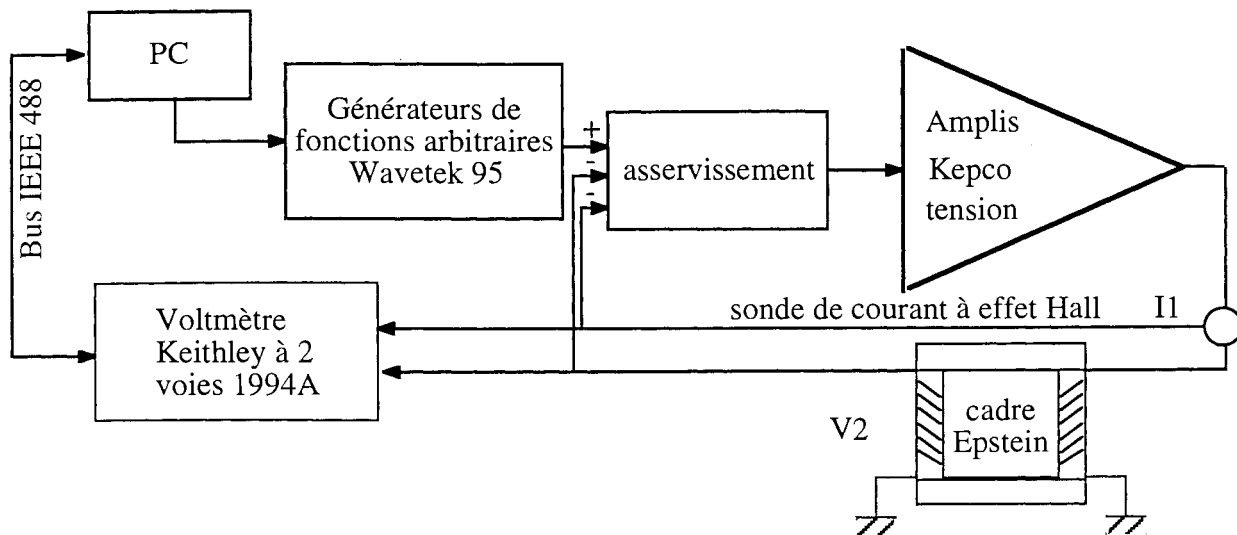


Figure II.26 : Banc de mesure pour la désaimantation du matériau

II.2.2 Modèle de Preisach statique

On mesure les données nécessaires aux différentes méthodes : une quinzaine de courbes de renversement pour la méthode de Mayergoz, la courbe de première aimantation et le cycle majeur descendant pour la méthode de Biorci. La lorentzienne est caractérisée à partir de la connaissance de l'aimantation M_s obtenue pour le champ caractéristique H_m . Le champ d'interaction $H_i(M)$ est déterminé à partir de cycles symétriques quasi-statiques à divers niveaux d'aimantation maximum.

Les différentes méthodes sont comparées à l'expérience sur la base de cycles symétriques quasi-statiques à divers niveaux d'induction maximum, tracés à partir d'un état initial désaimanté.

Chaque méthode est ensuite jugée par la considération des erreurs relatives entre méthode et expérience pour quatre grandeurs caractéristiques de la pertinence des cycles obtenus : induction maximum, induction rémanente, champ coercitif, aire du cycle.

On testera au final les meilleures méthodes pour décrire la courbe $B(H)$ obtenue dans le cas d'une désaimantation partielle depuis l'état saturé.

II.2.2.1 Cas des tôles G.O. [ROU-95a]

La méthode de Mayergoz, pour des aimantations maximum allant de 1,61T à 0,6T (figures II.27 à II.31), donne des allures très satisfaisantes, ce qui paraît cohérent avec le nombre de données expérimentales utilisées.

Par la méthode de Biorci (figures II.32 à 36), l'aire des cycles modélisés est assez sensiblement supérieure aux aires des cycles expérimentaux. En revanche, l'aimantation maximum calculée est la même qu'expérimentalement du fait que la courbe de première aimantation est une donnée du modèle et que les cycles expérimentaux ont été obtenus à partir d'un état initial désaimanté.

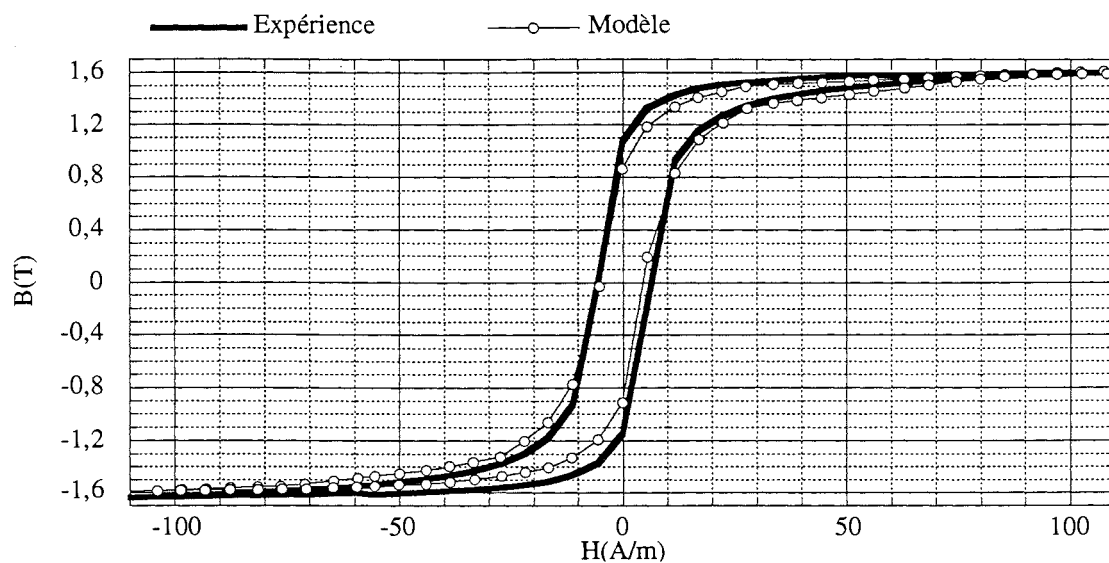


Figure II.27 : Mayergoyz, $B_{\max}=1,61\text{T}$

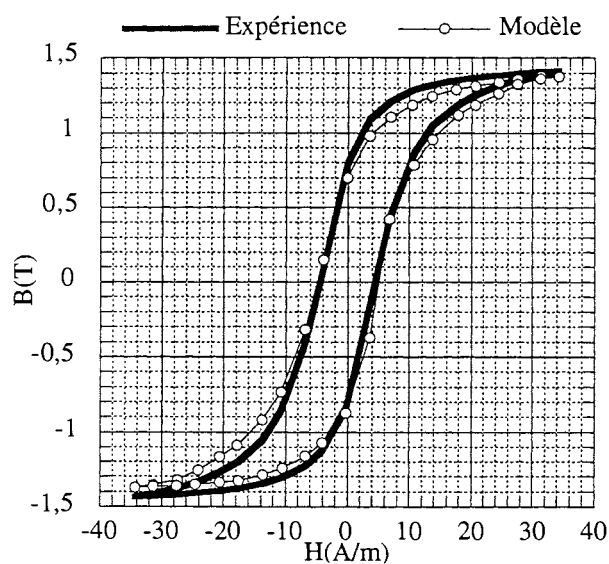


Figure II.28 : Mayergoyz, $B_{\max}=1,41\text{T}$

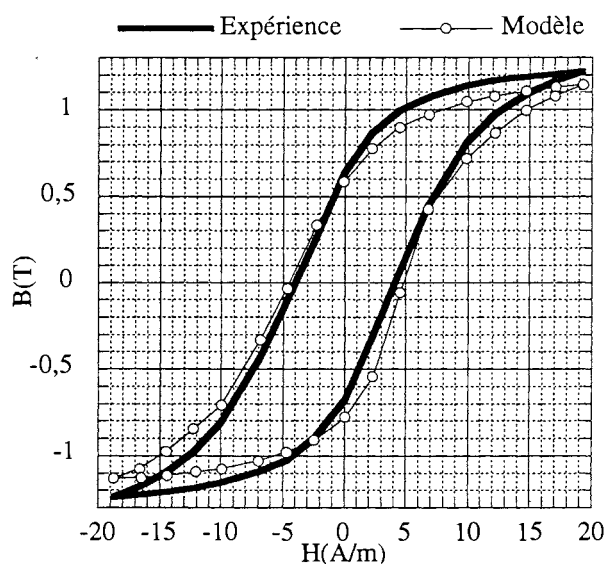


Figure II.29 : Mayergoyz, $B_{\max}=1,22\text{T}$

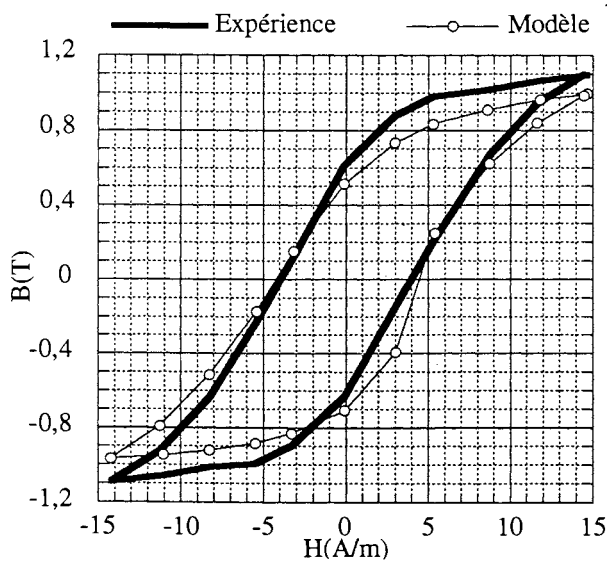


Figure II.30 : Mayergoyz, $B_{\max}=1,1\text{T}$

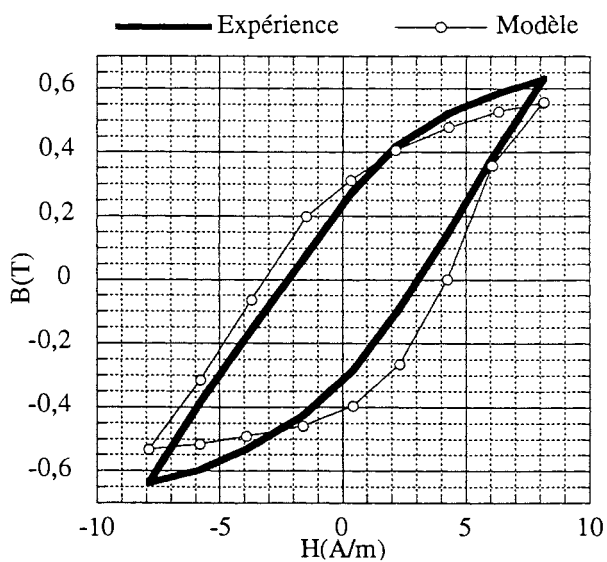


Figure II.31 : Mayergoyz, $B_{\max}=0,62\text{T}$

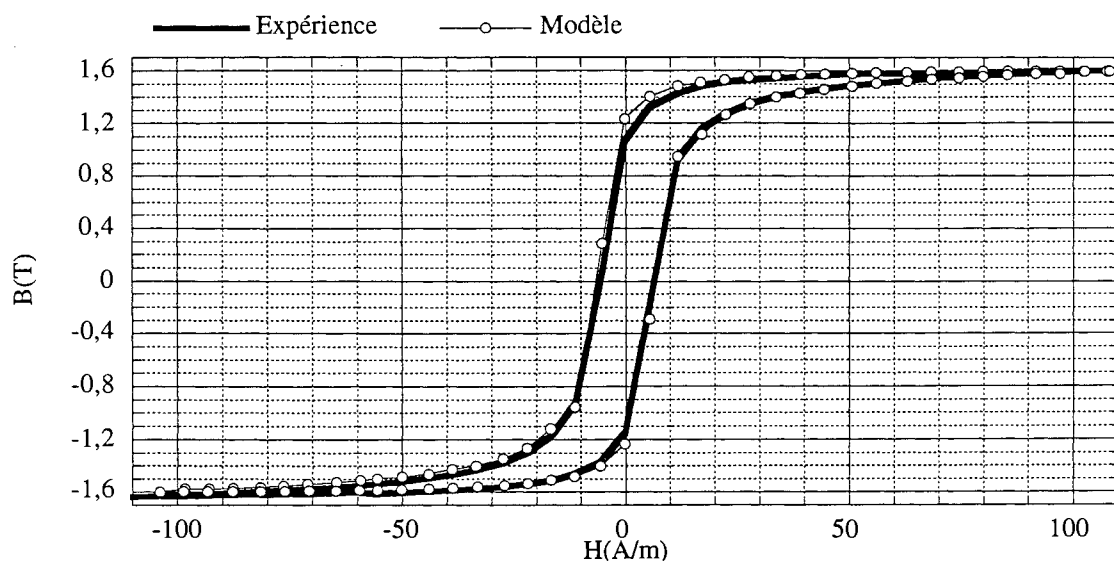


Figure II.32 : Biorci, $B_{\max}=1,61\text{T}$

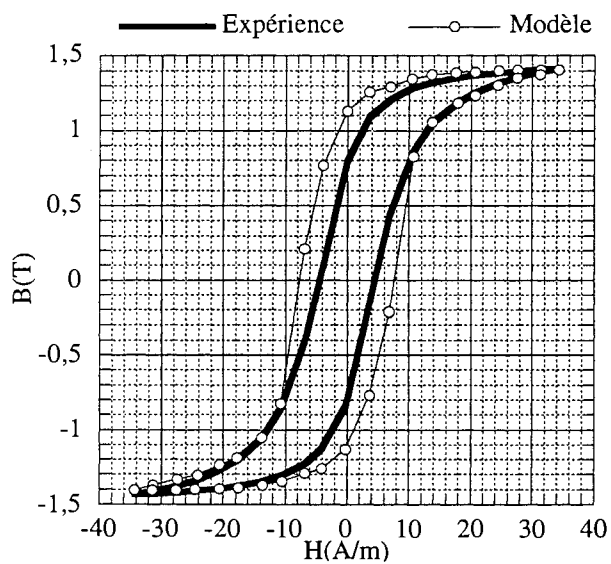


Figure II.33 : Biorci, $B_{\max}=1,41\text{T}$

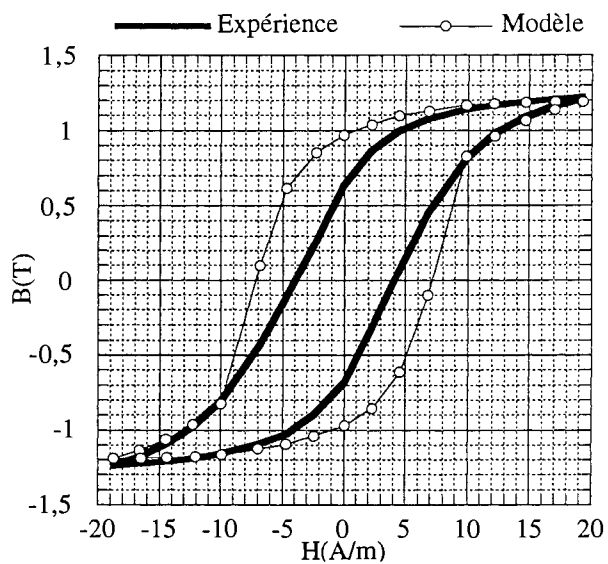


Figure II.34 : Biorci, $B_{\max}=1,22\text{T}$

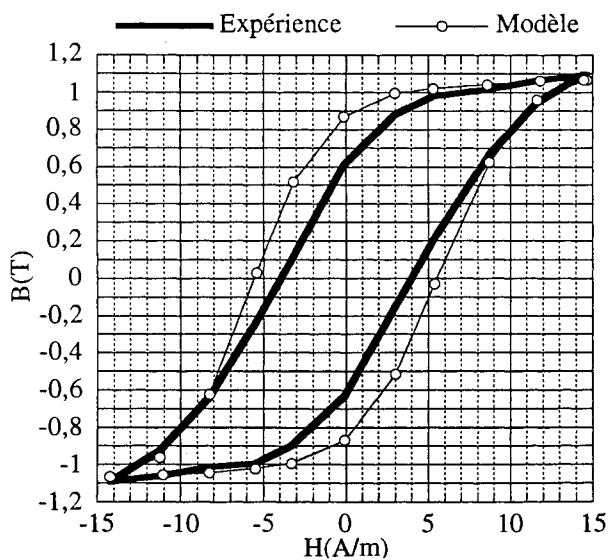


Figure II.35 : Biorci, $B_{\max}=1,1\text{T}$

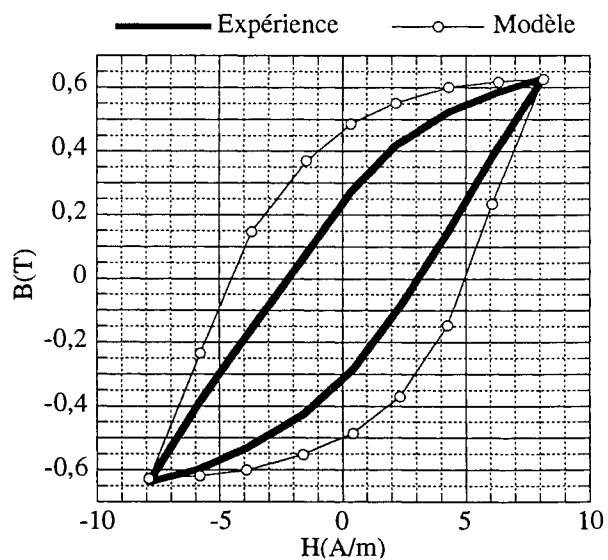


Figure II.36 : Biorci, $B_{\max}=0,62\text{T}$

Les figures II.37 à 42 présentent les cycles pour la lorentzienne, avec, en plus, le cycle majeur.

Cette méthode donne des cycles trop rectangulaires à haute induction : la lorentzienne présente donc une décroissance trop rapide pour les grandes valeurs du champ. A basse induction (pour $M_{\max} \leq 1$ T), les cycles obtenus sont moins rectangulaires et approchent mieux les cycles expérimentaux.

L'utilisation d'un champ d'interaction $H_i(M)$ en contre-réaction sur le modèle de Preisach avec lorentzienne s'impose donc pour les fortes valeurs d'aimantation maximum.

Le comportement de $H_i(M)$ est qualitativement identique que le matériau soit une tôle G.O. (figure II.43(a)-(b)) ou N.O. (figure II.43(c)-(d)). Cependant, le terme d'interaction est plus faible dans le cas du G.O. (Précisons en remarque que la valeur nulle de H_i obtenue sur le cycle majeur pour une aimantation M_s est artificielle et provient du fait que la constante de normalisation K a été calculée pour que le modèle atteigne l'aimantation M_s pour le champ caractéristique H_m).

Comme nous l'avons déjà souligné, l'introduction d'un tel champ d'interaction peut être une façon simple et élégante de corriger une fonction de distribution approximative. Cependant, l'étude de $H_i(M)$ pour le cas d'une tôle G.O. présente un intérêt qualitatif. Dans ce cas, en effet, les grains étant orientés (110) [001], quand un champ \vec{H} est appliqué dans la direction long, l'essentiel des domaines présentent une aimantation dans la direction de laminage. La faible dispersion de l'orientation des grains conduit à une densité de masses magnétiques faible. Cela se traduit par $H_i(M)$ très faible pour $|M| < 1.4$ T qui correspond aux niveaux d'aimantation où les déplacements de parois sont prédominants. Quand $|M| > 1.4$ T, $H_i(M)$ prend des valeurs plus importantes associées à la gêne à l'aimantation provoquée par les structures de domaines secondaires (domaines de fermeture, domaines inverses,...). Cette interprétation physique s'applique aussi aux tôles N.O. mais dans ce cas, la désorientation des grains conduit à des champs d'interaction globalement plus importants que dans le cas des tôles G.O..

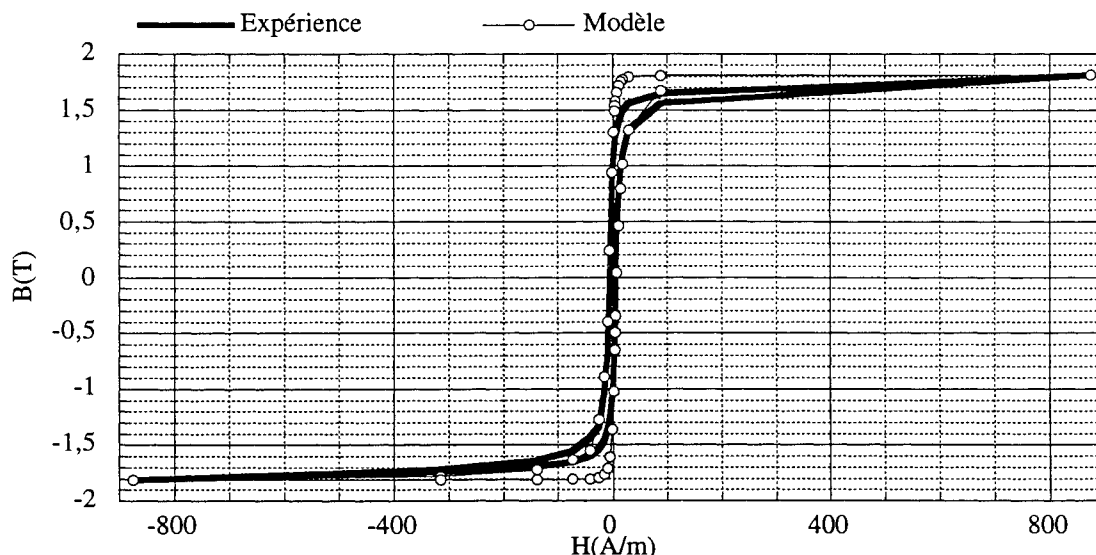


Figure II.37 : Lorentzienne, $B_{\max}=1,81$ T

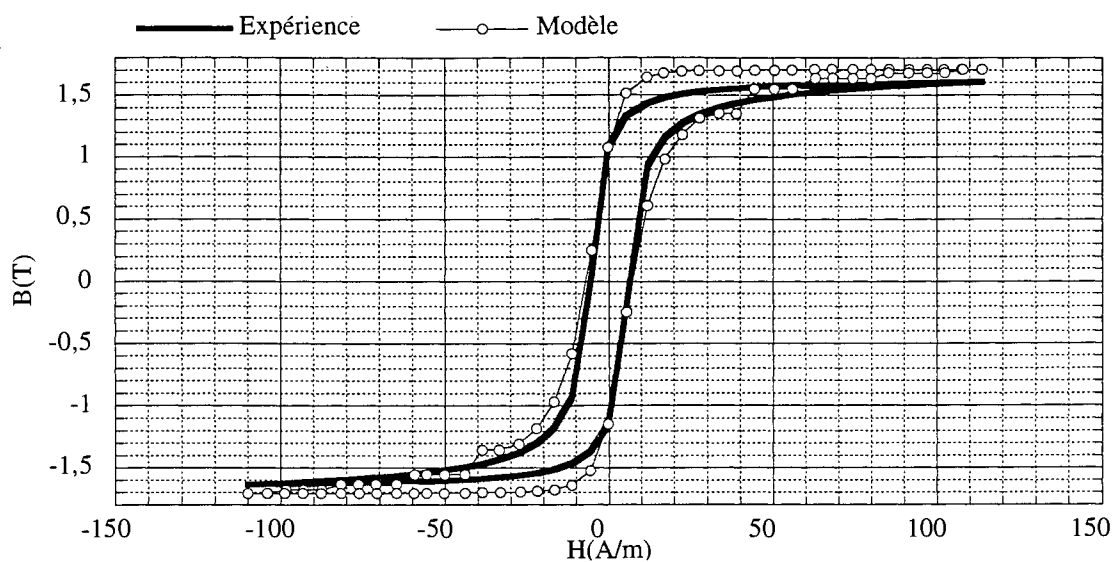


Figure II.38 : Lorentzienne, $B_{\max}=1,61\text{T}$

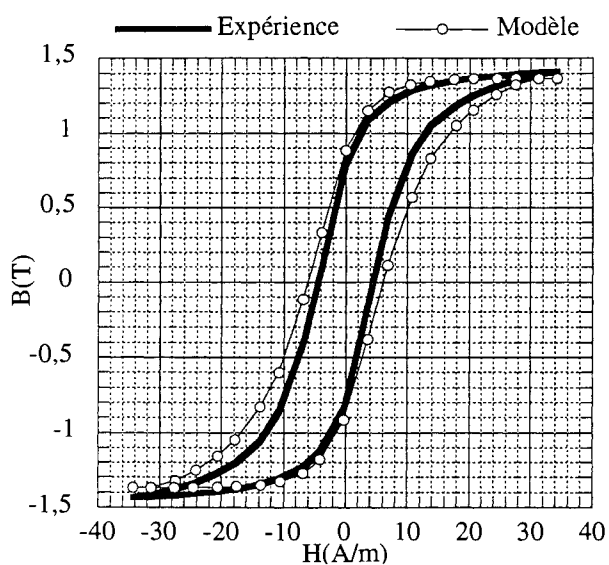


Figure II.39 : Lorentzienne, $B_{\max}=1,41\text{T}$

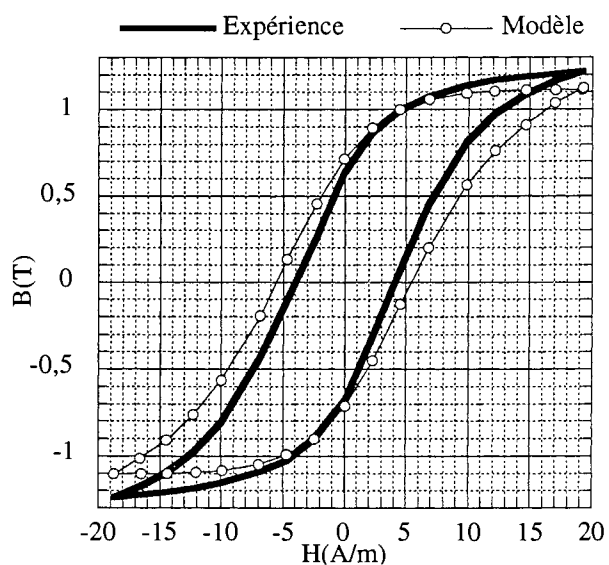


Figure II.40 : Lorentzienne, $B_{\max}=1,22\text{T}$

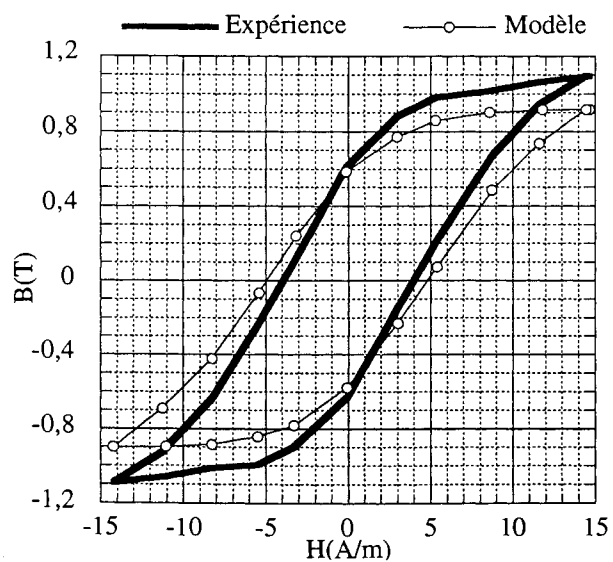


Figure II.41 : Lorentzienne, $B_{\max}=1,1\text{T}$

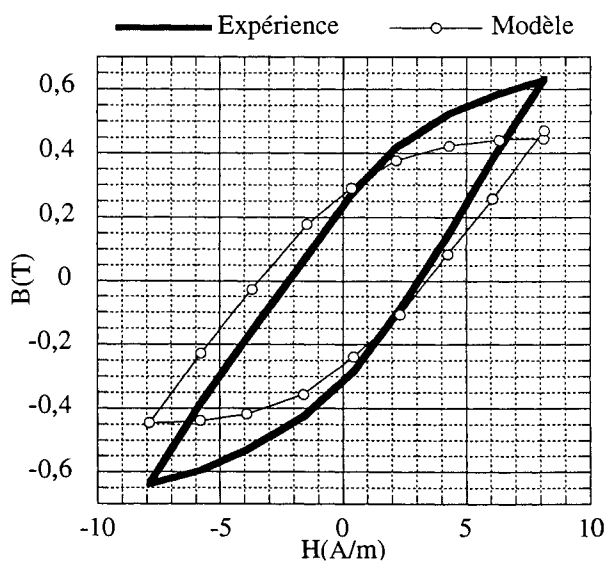
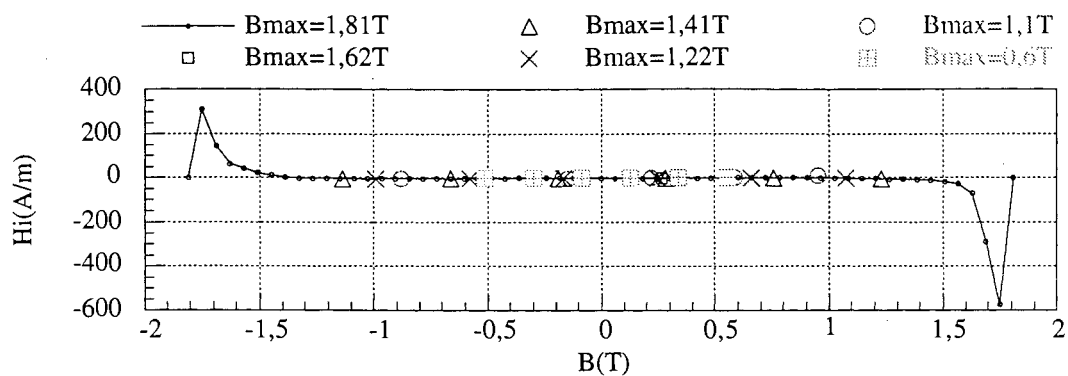
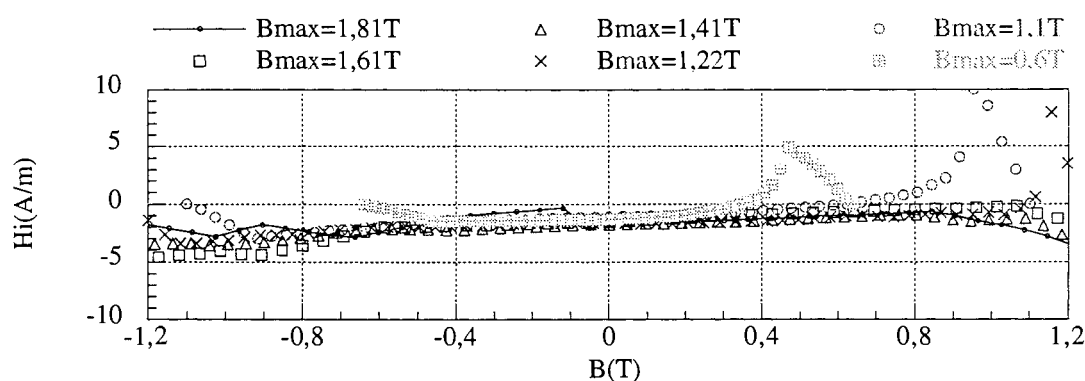


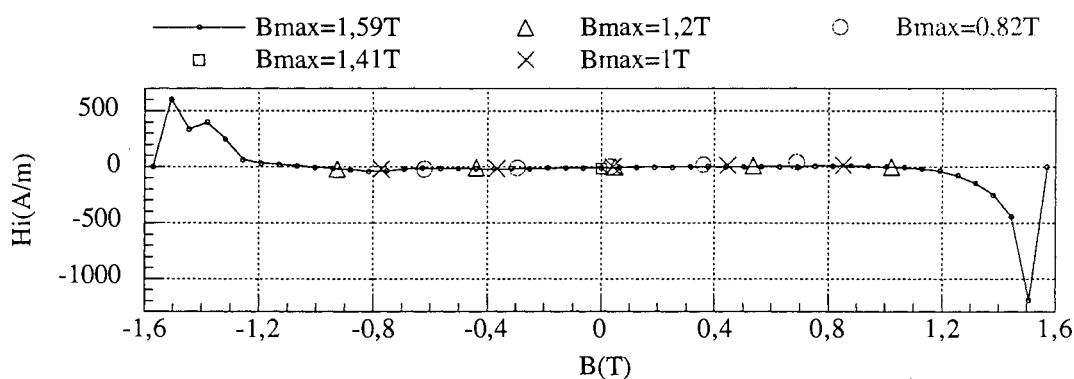
Figure II.42 : Lorentzienne, $B_{\max}=0,62\text{T}$



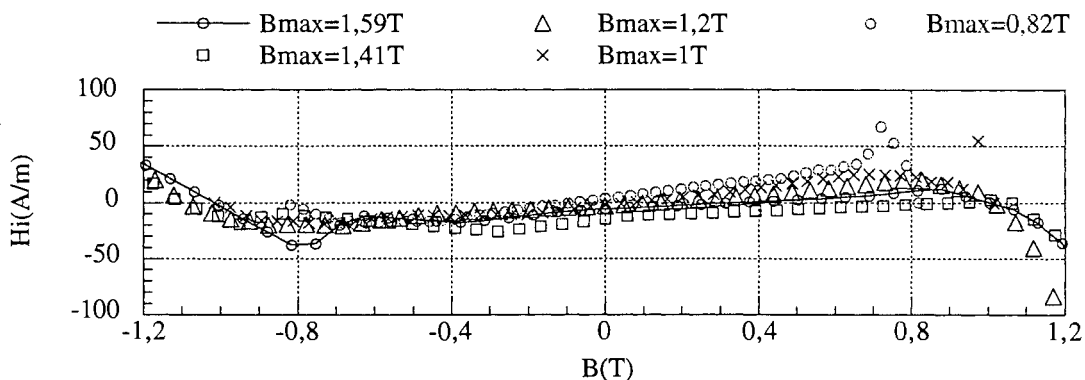
(a) G.O.



(b) G.O.



(c) N.O.



(d) N.O.

Figure II.43 : Allure de $H_i(M)$ pour $\dot{H} > 0$
 Cas des tôles G.O. : (a) Allure générale, (b) zoom pour $|B| < 1,2T$
 Cas des tôles N.O. : (c) Allure générale, (d) zoom pour $|B| < 1,2T$

On peut donc avancer que la lorentzienne correspond schématiquement au déplacement des parois principales sans interaction magnétisante ou démagnétisante. En particulier, dans cette hypothèse, la lorentzienne devrait encore mieux décrire le comportement des tôles HIB dont la désorientation des cristaux par rapport à la direction long est encore plus faible que dans le cas des tôles G.O. conventionnelles.

Etant données les faibles valeurs de $H_i(M)$ quand $|M| < 1.4$ T, l'approximation $H_i(M)=0$ est faite pour ces valeurs d'aimantation. En toute rigueur, pour ces bas niveaux d'induction, les cycles auraient pu être aussi corrigés par un champ d'interaction. Cela n'aurait en rien changé la méthodologie mais aurait seulement compliqué la procédure itérative déjà mise en oeuvre pour les fortes valeurs d'aimantation (figures II.44, 45, 46).

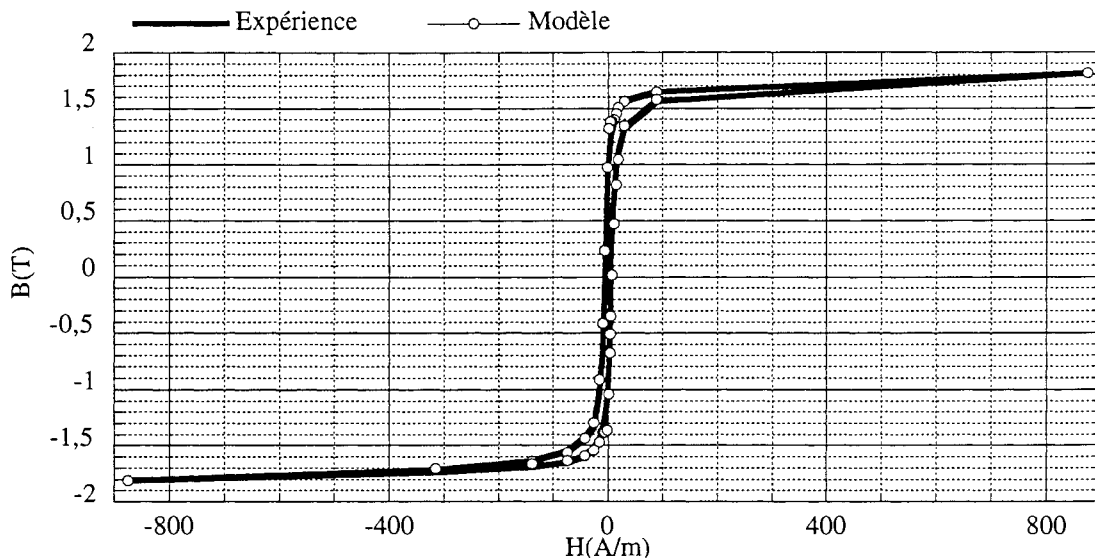


Figure II.44 : Lorentzienne avec $H_i(M)$, $B_{\max}=1,81$ T

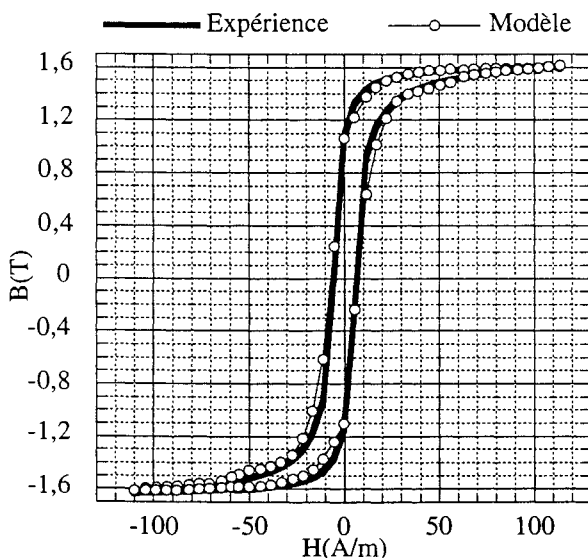


Figure II.45 : Lorentzienne avec $H_i(M)$,
 $B_{\max}=1,61$ T

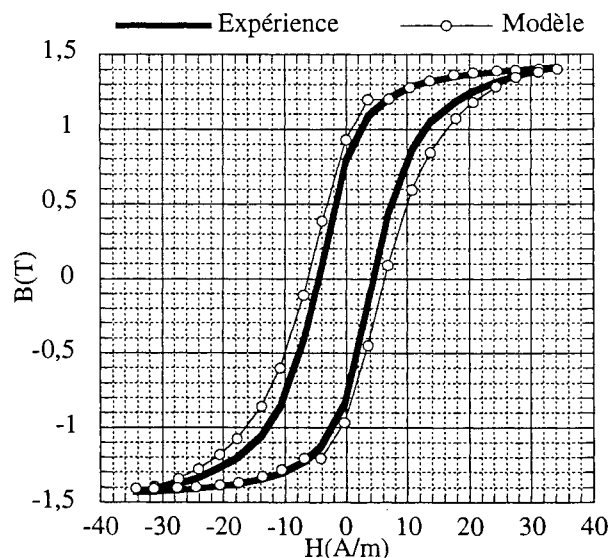


Figure II.46 : Lorentzienne avec $H_i(M)$,
 $B_{\max}=1,41$ T

La comparaison des erreurs relatives modèle/expérience pour différents points caractéristiques des cycles montre que la méthode de Mayergoyz donne sur tous les plans les meilleurs résultats (figures II.47 à 50).

La lorentzienne corrigée à haute induction uniquement (les erreurs relatives pour cette méthode à basse induction sont donc choisies égales à la méthode utilisant la lorentzienne seule) donne aussi des résultats intéressants, en dépit d'une aimantation maximum plus faible que l'expérience.

La méthode de Biorci n'est pas à retenir.

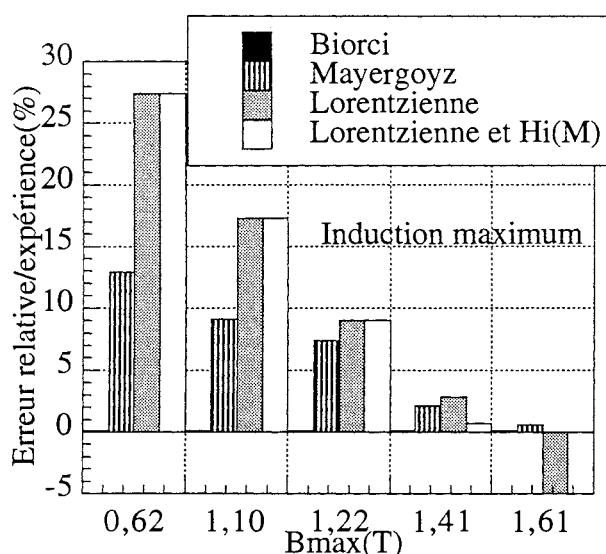


Figure II.47 : erreurs relatives par rapport à l'expérience pour l'induction maximum

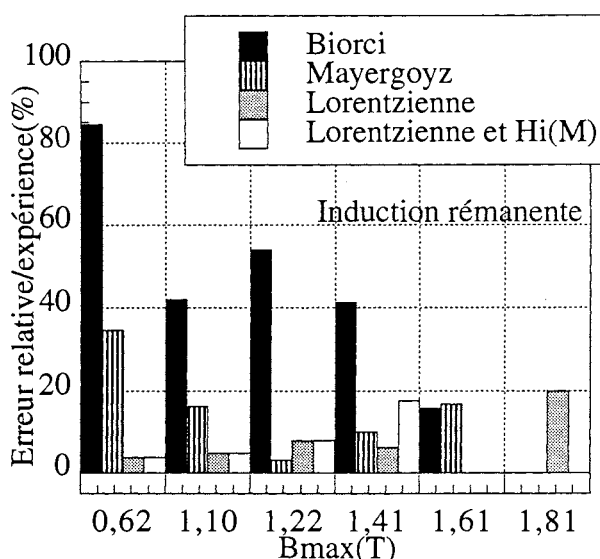


Figure II.48 : erreurs relatives par rapport à l'expérience pour l'induction rémanente

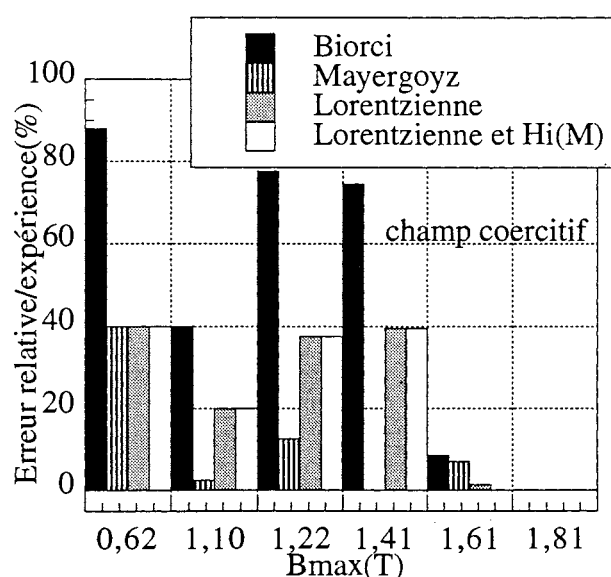


Figure II.49 : erreurs relatives par rapport à l'expérience pour le champ coercitif

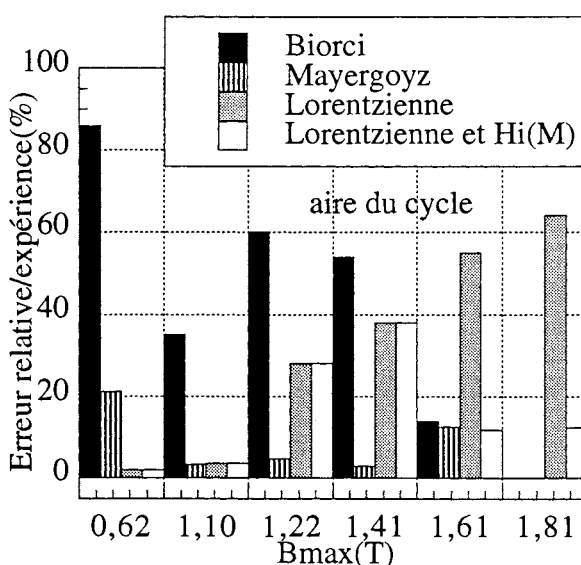


Figure II.50 : erreurs relatives par rapport à l'expérience pour l'aire du cycle

Enfin, la figure II.51 montre que la méthode de Mayergoyz est aussi performante pour décrire le comportement du matériau soumis à une décroissance alternative progressive et quasi-statique du champ à partir d'un état saturé.

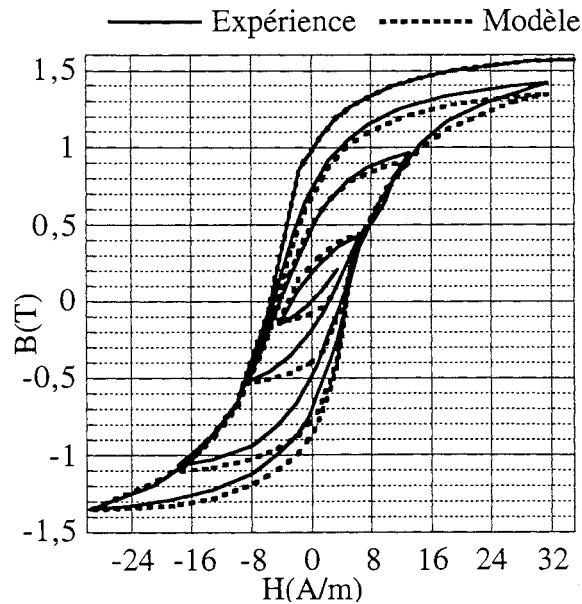


Figure II.51 : Mayergoyz, tôle G.O.

II.2.2.1 Cas des tôles N.O.

La méthode de Mayergoyz s'accorde bien avec l'expérience comme le montrent les figures II.52 à 55 correspondant à des aimantations maximum de 1.4 T, 1.2 T, 1 T et 0.82 T.

Contrairement à ce que nous avons pu remarquer dans le cas des tôles G.O., la méthode de Biorci donne des résultats très satisfaisants pour les tôles N.O. (figures II.56 à 59).

On peut avancer l'explication suivante, étayée par des tests effectués avec cette méthode sur des tôles N.O. minces (0,1mm d'épaisseur). La méthode de Biorci a pour hypothèse principale la factorisation de la fonction de distribution $p(\alpha, \beta)$ qui signifie l'indépendance de la distribution des champs d'inversion ascendants α et des champs d'inversion descendants β . Dans le cas des tôles G.O. et des tôles minces, la taille des grains (diamètre moyen) est grande et non négligeable vis-à-vis de l'épaisseur de la tôle. Cela signifie que la densité volumique de joints de grains est très faible et donc que les masses magnétiques aux joints de grains participent sensiblement moins (que dans le cas des petites tailles de grain) aux processus d'aimantation. En revanche, et en conséquence, les effets de surface qui expriment la divergence de l'aimantation des domaines par rapport aux surfaces extérieures de la tôle, jouent un rôle important et prépondérant sur le déplacement des parois. Plus l'épaisseur de la tôle est petite, plus ce rôle est grand. Ces effets de surface sont d'autant plus importants que la désorientation des cristaux est grande. Il faut cependant conserver une épaisseur de tôle faible et une taille de grains conséquente pour que les masses magnétiques générées aux joints de grains par la désorientation importante des cristaux ne fassent pas écran aux effets provoqués à la surface. La minimisation de l'énergie magnétostatique par une structure de domaines secondaires en

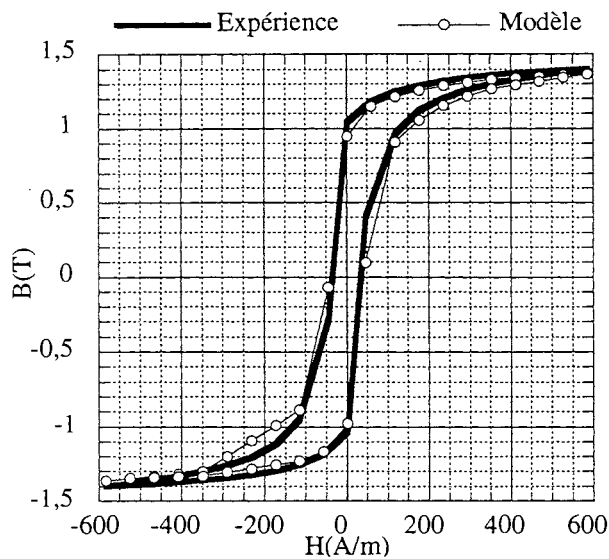


Figure II.52 : Mayergoyz, $B_{\max}=1,4T$

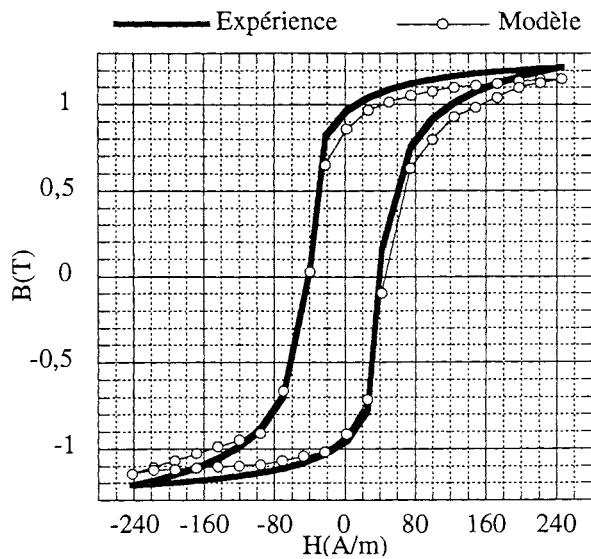


Figure II.53 : Mayergoyz, $B_{\max}=1,2T$

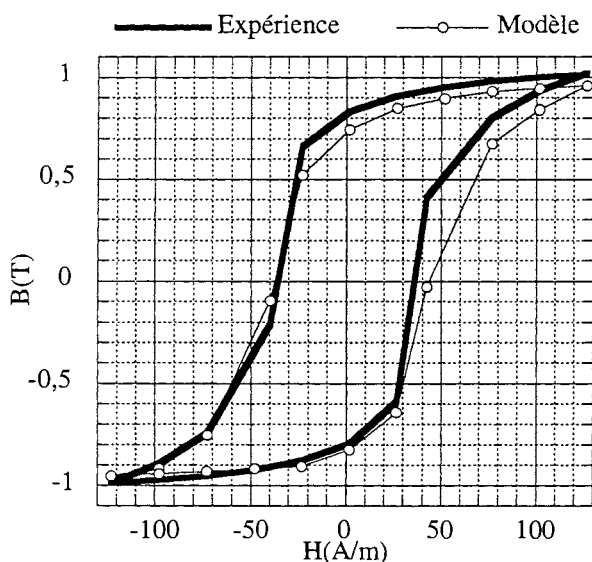


Figure II.54 : Mayergoyz, $B_{\max}=1T$

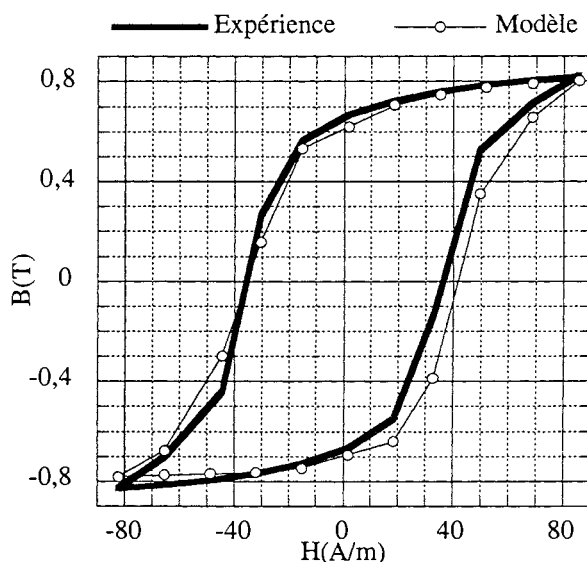


Figure II.55 : Mayergoyz, $B_{\max}=0,82T$

surface équivaut à une barrière d'énergie à franchir pour les parois. Le déplacement irréversible des parois est couplé à ce phénomène magnétostatique créé en surface. En particulier, la densité d'états $p(\alpha_0, \beta)$ pour les champs décroissants n'est plus indépendante de la densité initiale $p(\alpha_0, \beta_0)$ à laquelle s'est inversée le champ.

En conséquence, les distributions de α et β sont interdépendantes dans la fonction de distribution $p(\alpha, \beta)$.

Dans le cas des tôles N.O., une étude métallographique a permis de mesurer dans la section le diamètre moyen des grains : $50 \mu m$, en moyenne, par rapport à une épaisseur de $500 \mu m$. Dans ce cas, l'effet de surface est alors mineur et la factorisation de $p(\alpha, \beta)$ est a priori justifiée.

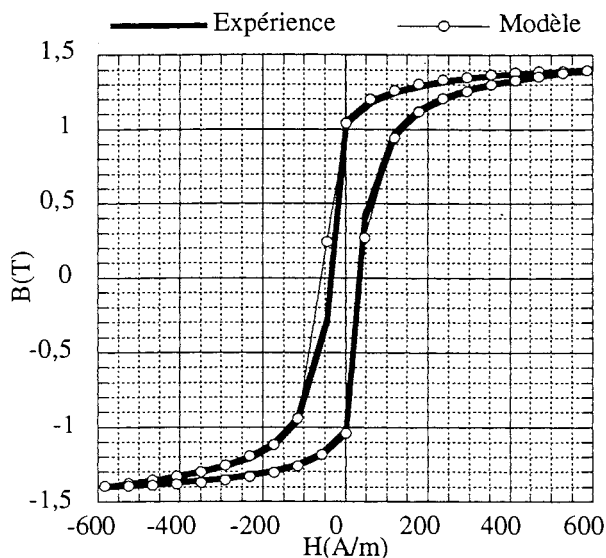


Figure II.56 : Biorci, $B_{\max}=1,4\text{T}$

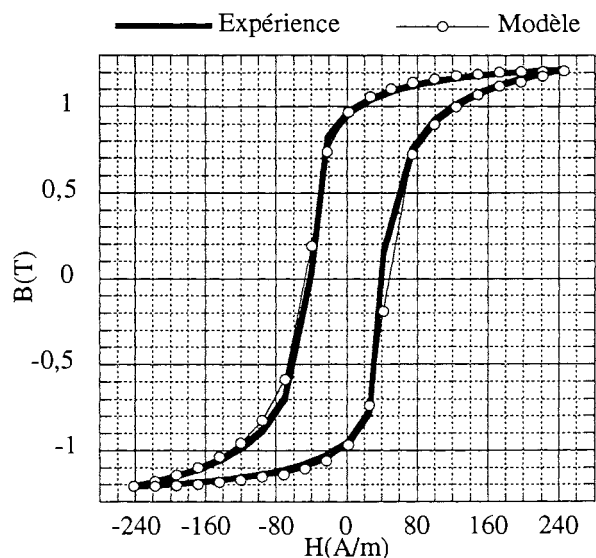


Figure II.57 : Biorci, $B_{\max}=1,2\text{T}$

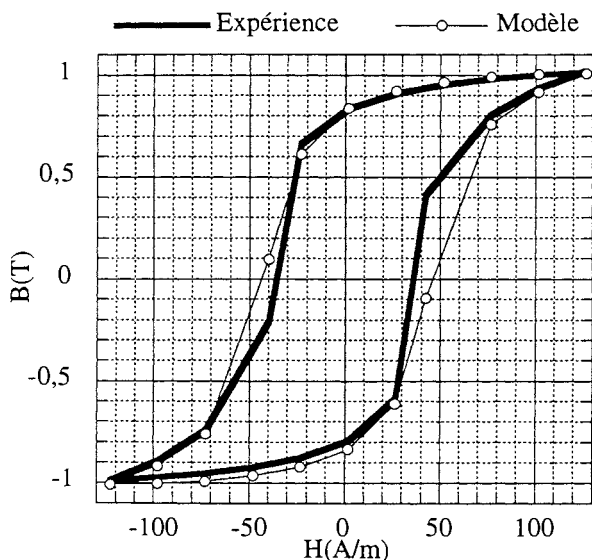


Figure II.58 : Biorci, $B_{\max}=1\text{T}$

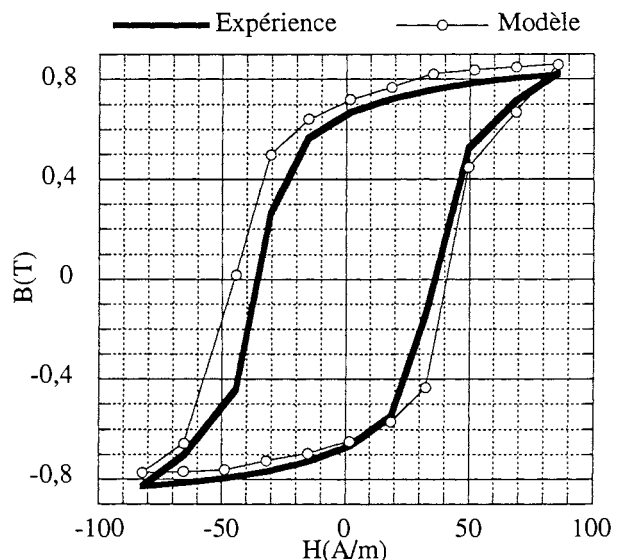


Figure II.59 : Biorci, $B_{\max}=0,82\text{T}$

L'étude de tôles N.O. plus minces (0,1mm au lieu de 0,5mm avec un diamètre moyen de grain de $20\text{ }\mu\text{m}$) a par ailleurs mis en évidence l'incapacité de la méthode de Biorci à décrire le comportement hystérétique de ces tôles. Nous avons utilisé cette méthode pour décrire le cycle symétrique quasi-statique dans le cas d'une induction maximum de 1 T à partir de la courbe de première aimantation et du cycle majeur descendant. La figure II.60 montre bien la mise en défaut de la méthode, en particulier au voisinage de $H = 0$, que nous avons liée à l'interdépendance des distributions de α et β due aux effets de surfaces.

La méthode de Biorci est donc à proscrire quand la taille des grains d'une tôle est grande par rapport à son épaisseur.

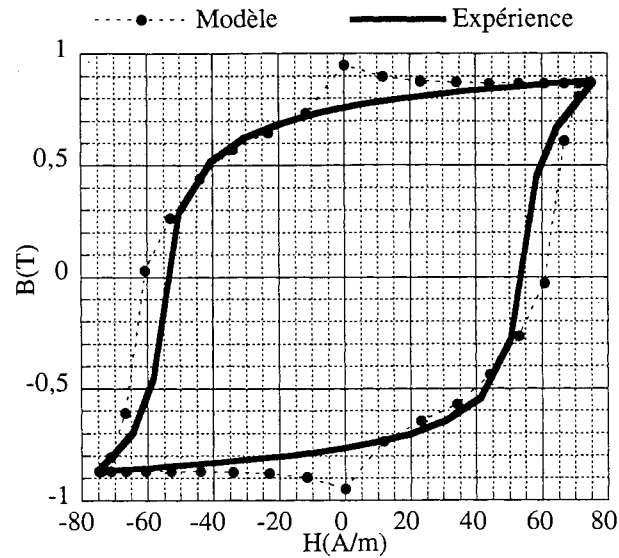


Figure II.60 : N.O. mince, cycle quasistatique avec $B_{\max}=1T$

Dans le cas de la tôle N.O. étudiée FeV 400-50 HA, l'utilisation de la lorentzienne seule montre une fois encore que les cycles modélisés sont trop rectangulaires et que l'adéquation entre le modèle et l'expérience est mauvaise de façon globale (figures II.61 à 65).

L'utilisation d'un champ d'interaction en contre-réaction permet de corriger le comportement comme le montrent les figures II.66 à 68 à haute induction maximum.

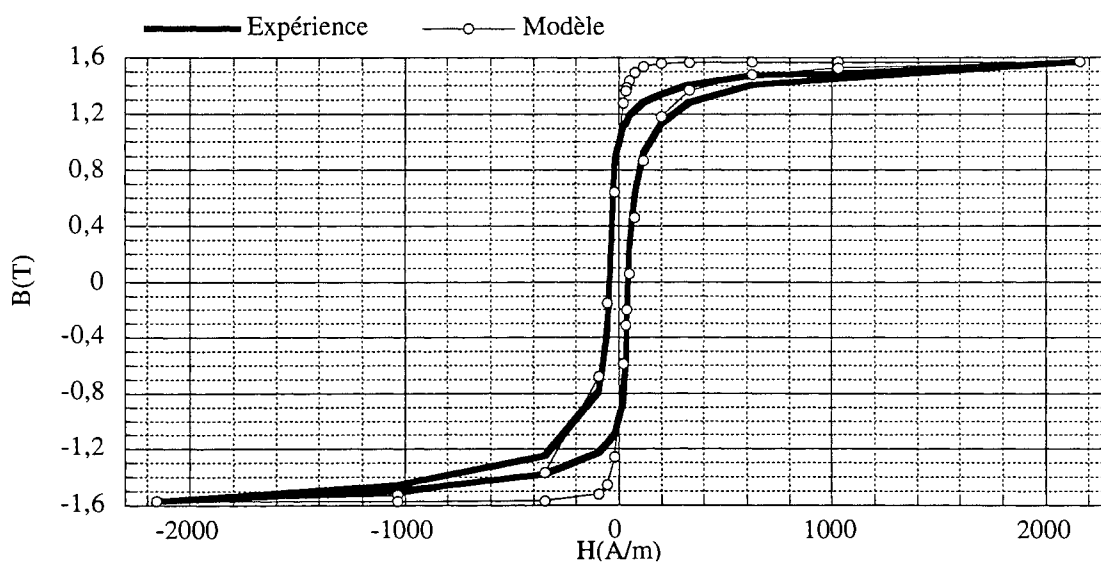


Figure II.61: Lorentzienne, $B_{\max}=1,59T$

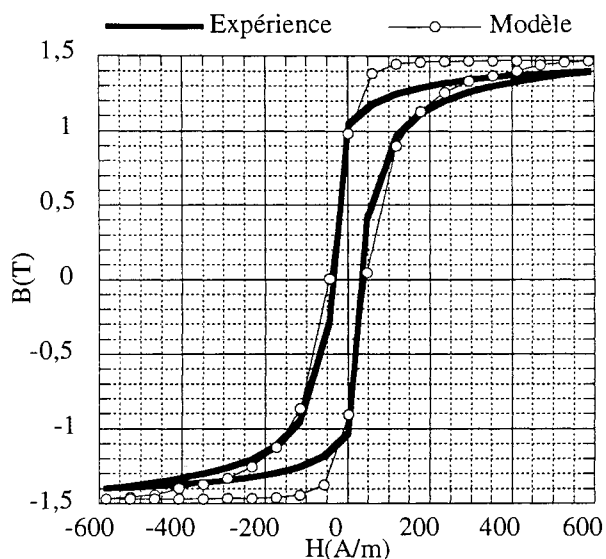


Figure II.62: Lorentzienne, $B_{\max}=1,4\text{T}$

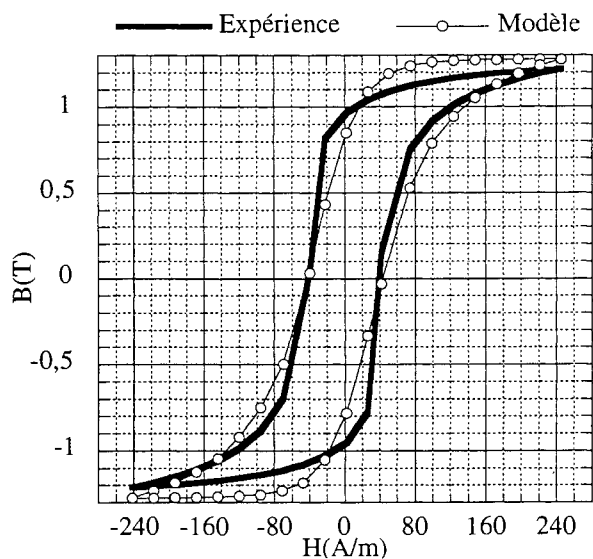


Figure II.63 : Lorentzienne, $B_{\max}=1,2\text{T}$

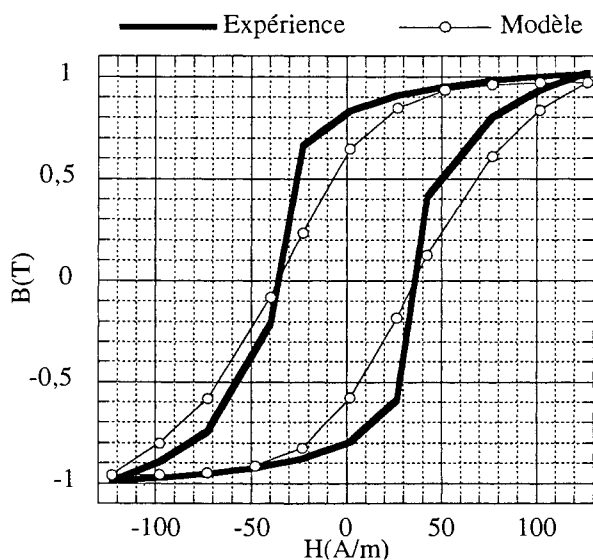


Figure II.64: Lorentzienne, $B_{\max}=1\text{T}$

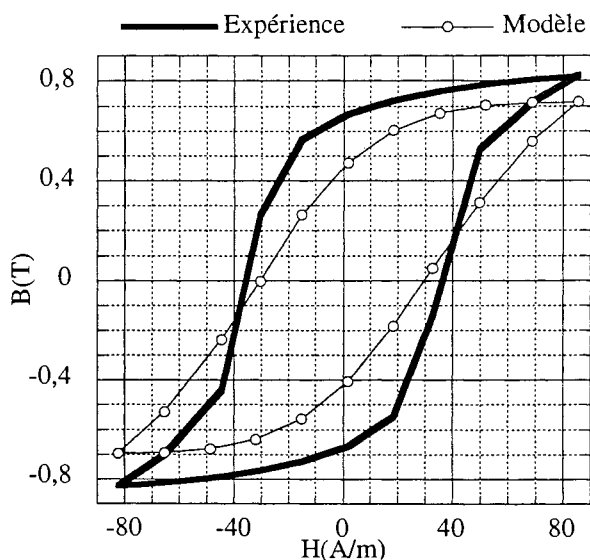


Figure II.65 : Lorentzienne, $B_{\max}=0,82\text{T}$

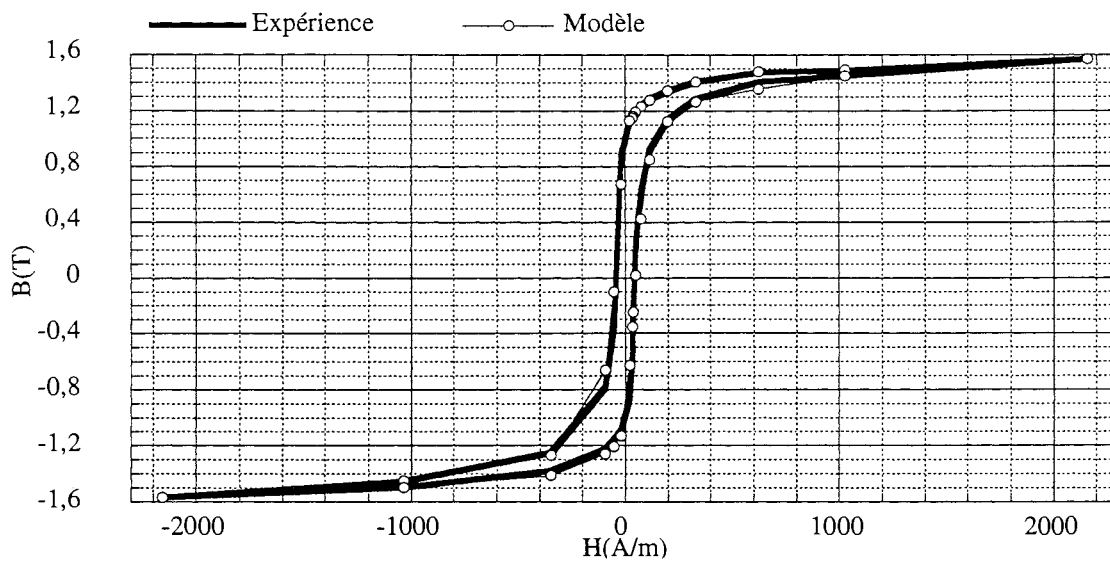


Figure II.66: Lorentzienne avec $H_i(M)$, $B_{\max}=1,59T$

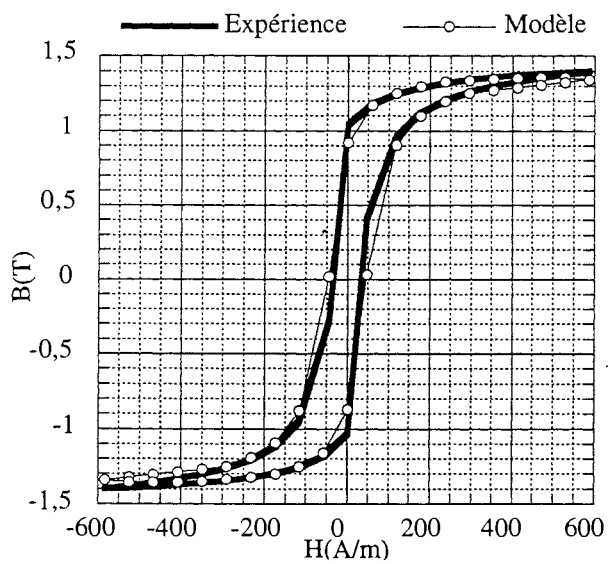


Figure II.67: Lorentzienne avec $H_i(M)$
 $B_{\max}=1,41T$

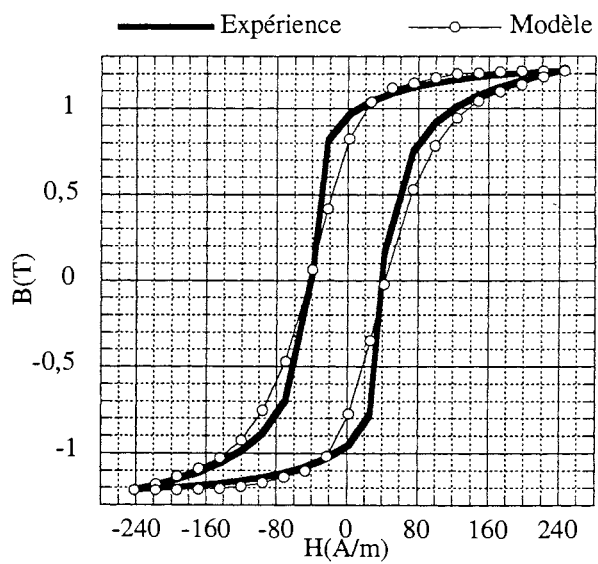


Figure II.68: Lorentzienne avec $H_i(M)$,
 $B_{\max}=1,2T$

Les figures II.69 à 72 présentent les erreurs relatives entre les méthodes et l'expérience.

Les méthodes de Biorci et Mayergoyz sont à peu près équivalentes et décrivent bien l'expérience même dans des cas plus complexes que la description de cycles symétriques (figures II.73 et II.74). L'utilisation de la lorentzienne seule est à déconseiller sauf si on la corrige grâce à $H_i(M)$.

On peut noter qu'en ce qui concerne l'aire des cycles, la méthode de Mayergoyz (8% d'erreur en moyenne) est plus précise que celle de Biorci (12% d'erreur moyenne), ce qui peut être imputé pour cette dernière méthode à la moins bonne description du cycle autour du champ coercitif.

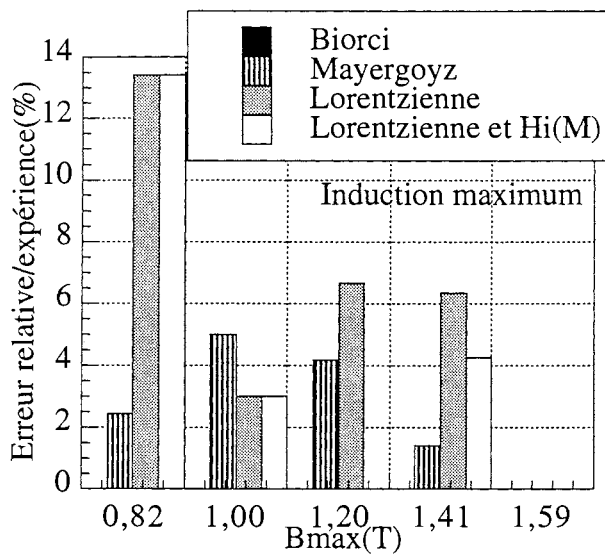


Figure II.69 : erreurs relatives par rapport à l'expérience pour l'induction maximum

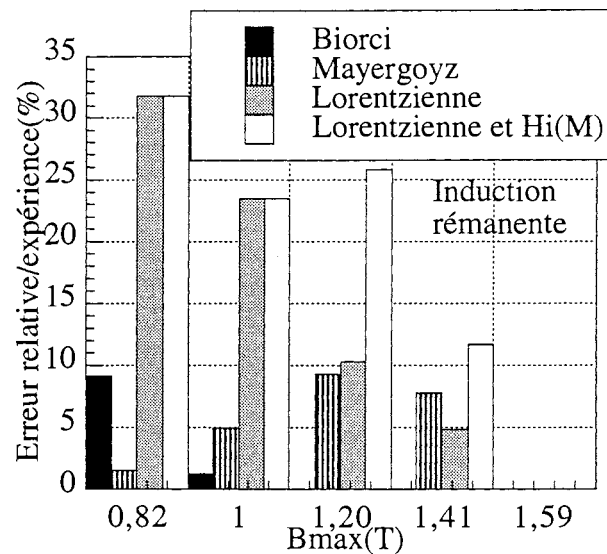


Figure II.70 : erreurs relatives par rapport à l'expérience pour l'induction rémanente

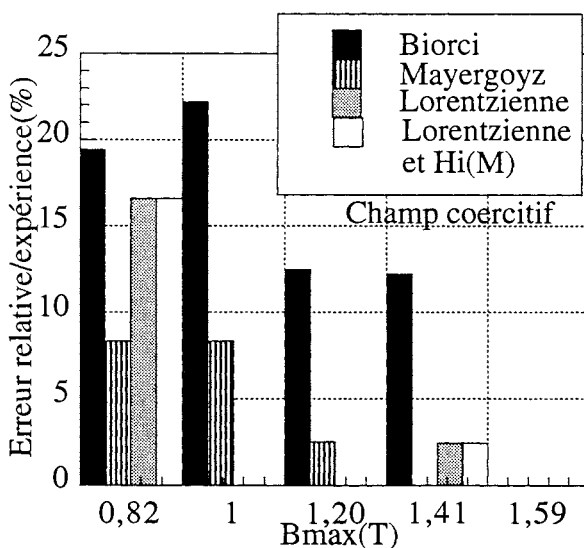


Figure II.71 : erreurs relatives par rapport à l'expérience pour le champ coercitif

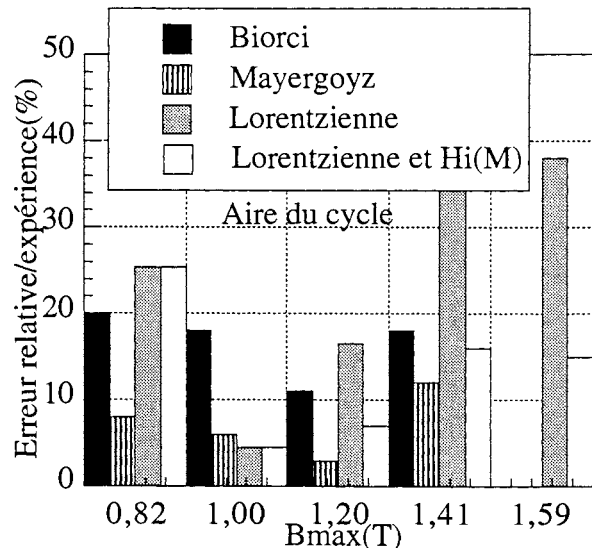


Figure II.72 : erreurs relatives par rapport à l'expérience pour l'aire du cycle

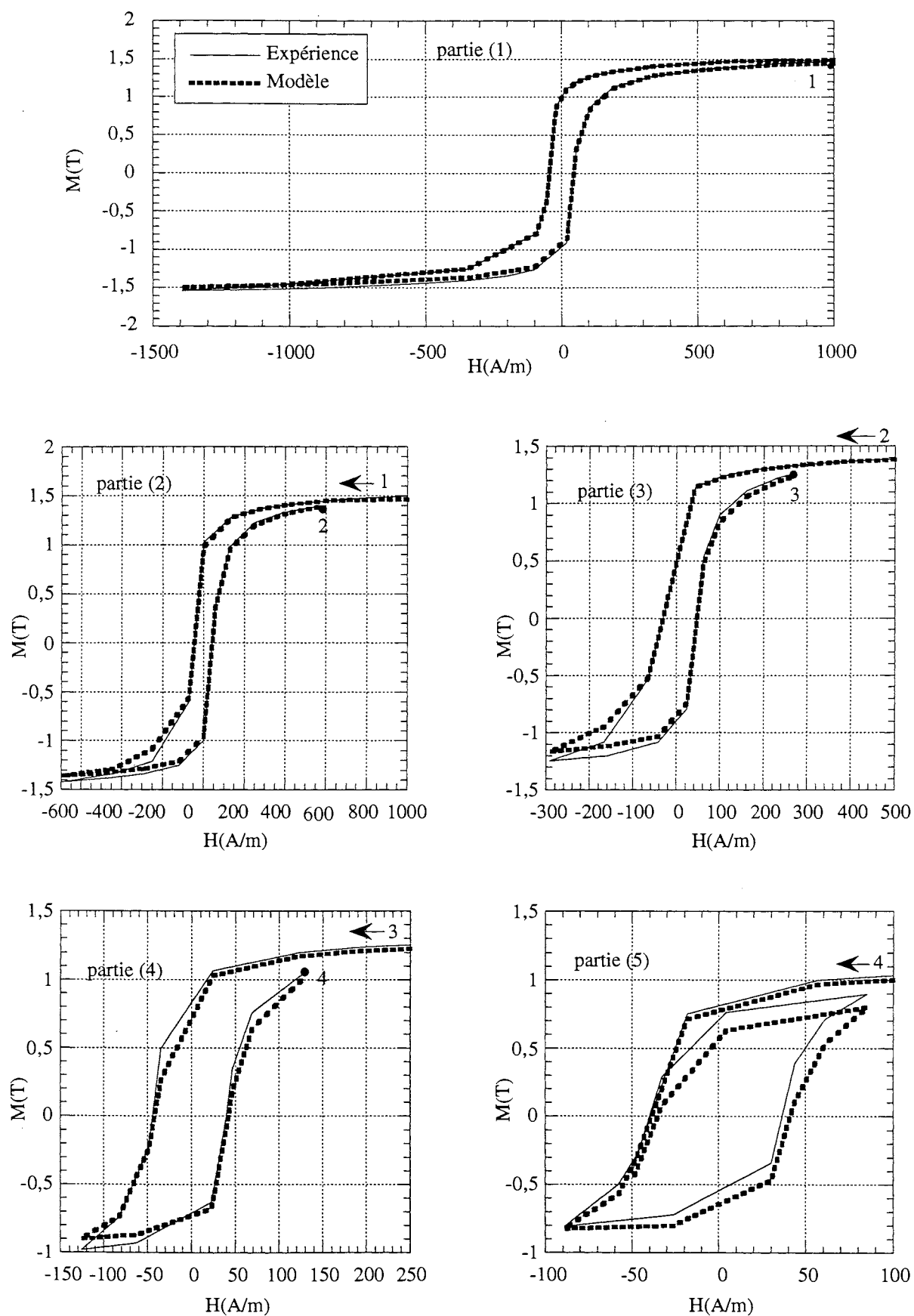


Figure II.73 : Mayergoyz, décroissance du champ depuis un état saturé présentée en cinq parties successives

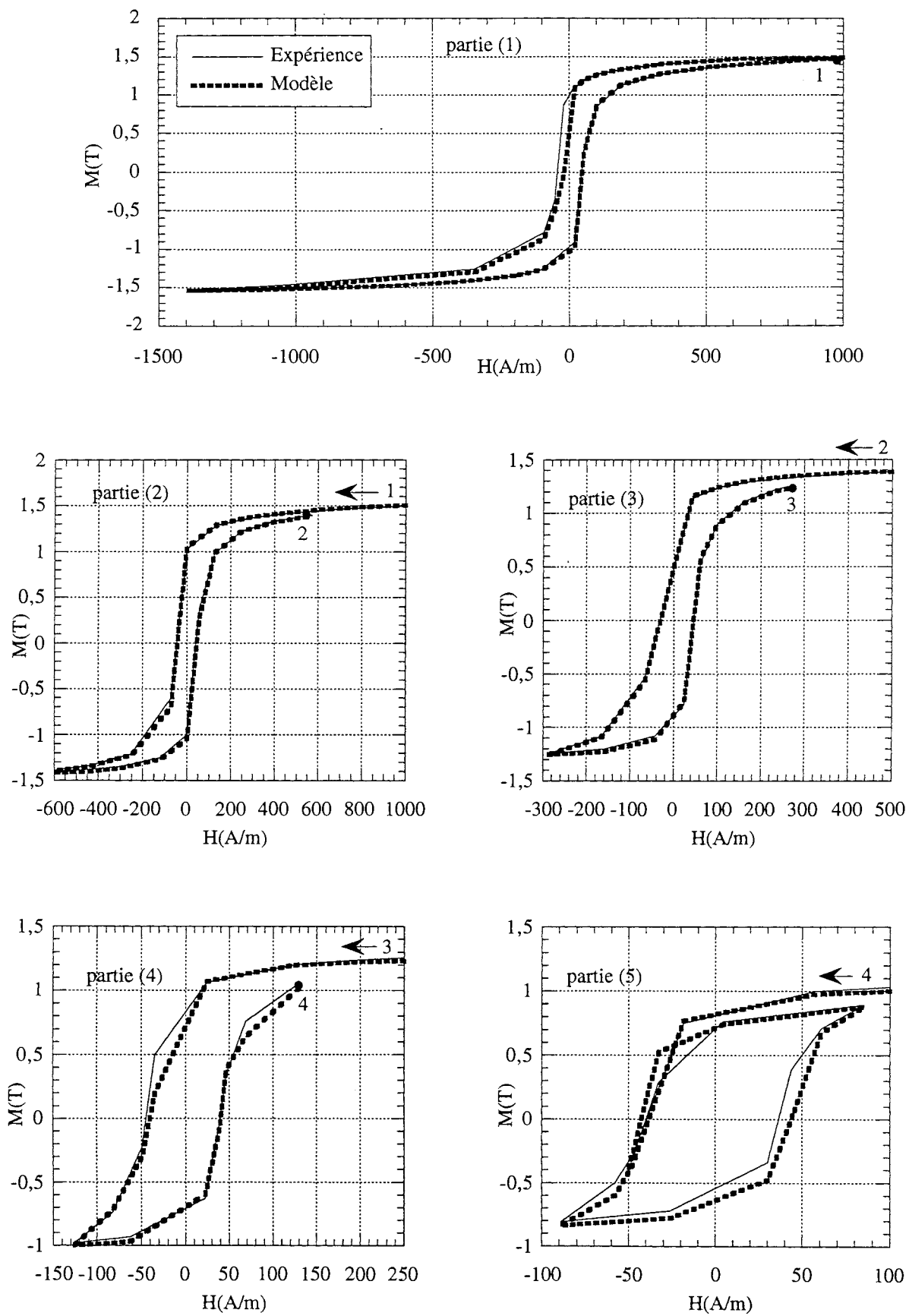


Figure II.74 : Biorci, décroissance du champ depuis un état saturé présentée en cinq parties successives

II.2.2.3 Conclusion

Dans le cas d'une tôle N.O. conventionnelle (0,5mm d'épaisseur), nous retiendrons la méthode de Biorci à la fois pour la bonne précision obtenue dans tous les cas de sollicitations et pour le faible nombre de données expérimentales (uniquement la courbe de première aimantation et la courbe majeure descendante).

Dans le cas des tôles G.O. ou des tôles minces qui présentent une taille de grains conséquente vis-à-vis de l'épaisseur de la tôle, la fonction de Preisach $p(\alpha, \beta)$ ne peut être factorisée et la méthode de Mayergoyz doit être utilisée.

Même si elle peut donner des résultats intéressants, l'utilisation d'une lorentzienne avec champ d'interaction en contre-réaction présente comme inconvénient d'être une méthode itérative. Il nous semble donc prohibitif en temps d'utiliser cette méthode en raison de l'utilisation future d'un tel modèle dans un logiciel élément fini s'appuyant déjà sur des processus itératifs de type Newton Raphson pour calculer les grandeurs magnétiques.

II.2.3 Modèle de Preisach dynamique

Nous proposons ici une méthode pour déterminer le paramètre k du modèle de Preisach dynamique. Cette méthode consiste à optimiser la valeur du paramètre k afin que le cycle $B_{\text{mod}}(H_s)$ donné par le modèle de Preisach dynamique soit le plus en adéquation avec le cycle expérimental $\bar{B}(H_s)$. Les fréquences utilisées sont faibles et adaptées vis-à-vis de l'épaisseur de peau de façon à considérer un contre-champ H_{ci} moyen donc homogène dans la section et représenter le comportement magnétique de la tôle avec un seul plan de Preisach. Nous nous limitons de plus à des niveaux d'induction maximum faibles pour pouvoir disposer d'un calcul analytique bien approché du contre-champ H_{ci} dans la section.

Ce travail a fait l'objet de [ROU-95b].

II.2.3.1 Principe de la méthode

Quand un champ est appliqué au matériau avec une fréquence f , même faible, l'induction et le champ dans la section des tôles ne sont pas rigoureusement homogènes. Nous utilisons des fréquences pour lesquelles on va pouvoir considérer que le champ $H(x, z, t)$ varie peu dans la section (figure II.75) de

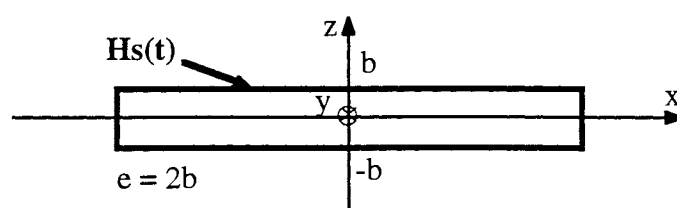


Figure II.75 : Section d'une tôle

façon à ne pas avoir à discrétiser la section de la tôle et ne pas être obligé d'utiliser plusieurs plans de Preisach pour décrire le comportement magnétique du matériau. On s'impose par exemple :

$$90\% H_s(t) \leq H(x,z,t) \leq 110\% H_s(t) \quad (\text{II.90})$$

On se propose ensuite d'appliquer comme champ à l'entrée du modèle, le champ $\bar{H}(t)$ défini comme la moyenne arithmétique sur la section du champ $H(x,z,t)$ calculé. Le champ $\bar{H}(t)$ est dans tous les cas très proche de $H_s(t)$. Mais cette méthode permet de prendre en compte de façon moyenne l'effet des courants induits macroscopiques, faibles mais existants, qui se développent dans la section des tôles.

L'induction B_{mod} obtenue en sortie du modèle est alors assimilée à $\bar{B}(t)$. Le paramètre k est ensuite optimisé pour différentes fréquences afin que les cycles modélisés $B_{\text{mod}}(H_s)$ approchent au mieux les cycles expérimentaux $\bar{B}(H_s)$.

La méthode est résumée sur la figure II.76.

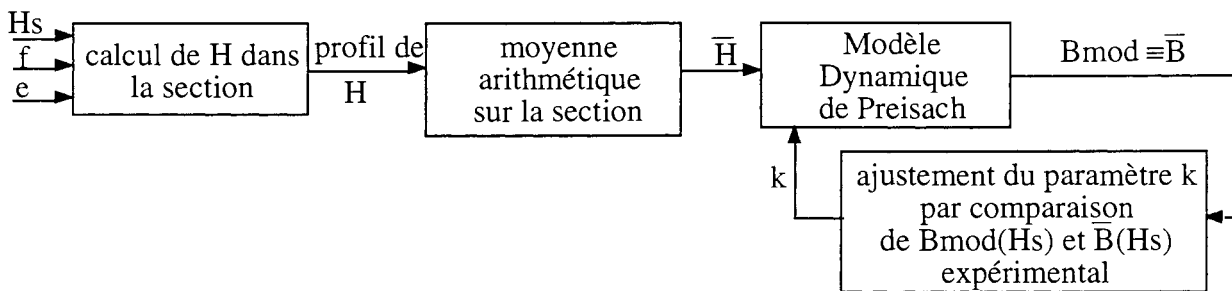


Figure II.76 : Principe de la détermination de k

Il reste donc à calculer le champ $H(x,z,t)$.

On se place à un niveau de champ maximum faible pour ne pas provoquer la saturation du matériau (typiquement, $\bar{B}_{\text{max}} < 1,2 \text{ T}$). En effet, pour que les variations de perméabilité différentielle dues à l'hystérésis puissent être négligées et que l'on puisse se ramener en bonne approximation à un matériau pseudo-linéaire, on doit se placer à la fois à des fréquences telles que l'épaisseur de peau soit grande vis-à-vis de l'épaisseur de la tôle mais aussi à des inductions maximales comprises dans le domaine pseudo-linéaire de la courbe d'aimantation. Ainsi, pendant la majeure partie de la période, le matériau expérimente une perméabilité constante μ . On peut alors considérer en bonne approximation que :

$$\mu(x,z,t) \cong \text{cte} = \mu, \quad (\text{II.91})$$

ce qui nous ramène aux hypothèses du calcul classique :

- la loi $B(H)$ est linéaire :

$$B = \mu H \quad (\text{II.92})$$

- \vec{B} et \vec{H} sont perpendiculaires à la section considérée.
- la tôle est suffisamment large pour traiter le cas d'une tôle "semi-infinie".

$$\text{Ainsi : } H(x,z,t) = H(z,t) \quad (\text{II.93})$$

- le champ en surface est sinusoïdal à la fréquence f et d'amplitude H_{\max} :

$$H_s(t) = H_{\max} \cdot \cos(2\pi ft) \quad (\text{II.94})$$

Alors, H varie selon :

$$H(z,t) = \text{Re} \left\{ H_{\max} \cdot \frac{\text{ch}\alpha z}{\text{ch}\alpha b} \cdot e^{2j\pi ft} \right\} \quad (\text{II.95})$$

où :

$$\alpha = (1+j) \sqrt{\sigma \mu \pi f} \quad (\text{II.96})$$

b est la demi épaisseur de la tôle (m), σ est la conductivité ($\Omega^{-1}\text{m}^{-1}$)

II.2.3.2 Application à 2 tôles N.O.

Nous appliquons la méthode à deux tôles N.O. : la tôle N.O. n°1 FeV 400-50 HA ($e=0,5\text{mm}$) et la tôle N.O. n°2 plus mince ($e=0,1\text{mm}$) qui va nous permettre de balayer une plage de fréquence plus large.

a. Tôle N.O. n°1

Les fréquences correspondant à la condition (II.90) sont : $f \leq 20 \text{ Hz}$.

On choisit les fréquences de 1 Hz, 5 Hz, 10 Hz, 20 Hz qui permettent de mettre en évidence une modification du cycle expérimental $\bar{B}(H_s)$.

Pour $H_{\max}=100 \text{ A/m}$, l'induction maximum en régime quasi-statique vaut 0,92 T ce qui nous permet de déterminer une perméabilité moyenne $\mu=10,26 \cdot 10^{-3} \text{ Hm}^{-1}$.

La résistivité ρ vaut $45 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$ et l'épaisseur e 500 μm .

Les cycles ont été calculés pour des valeurs de k de 50, 30 et 10 (figures II.77 à 80).

On constate que la valeur optimale de k est de l'ordre de 30-50.

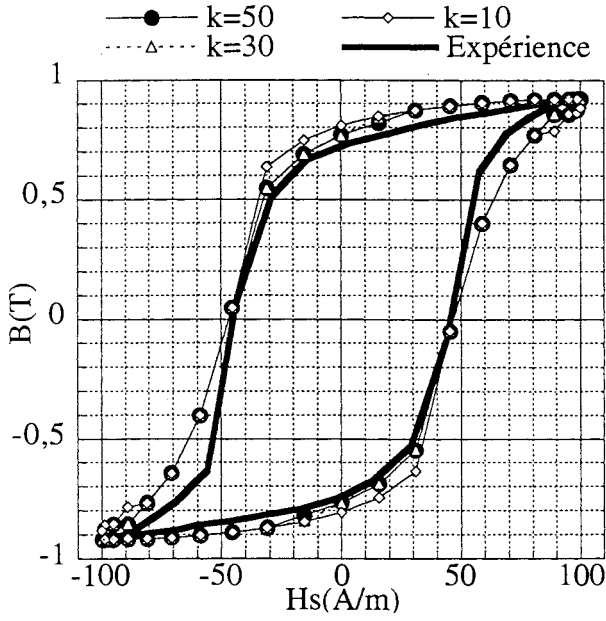


Figure II.77 : $f = 1\text{Hz}$

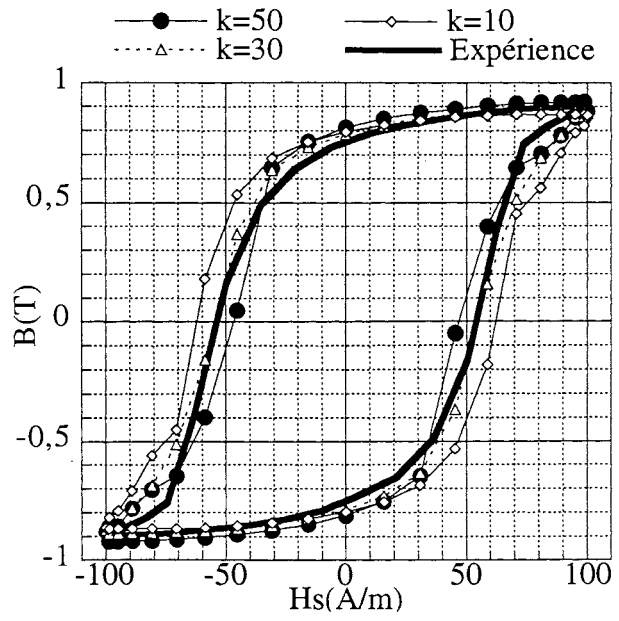


Figure II.78 : $f = 5\text{Hz}$

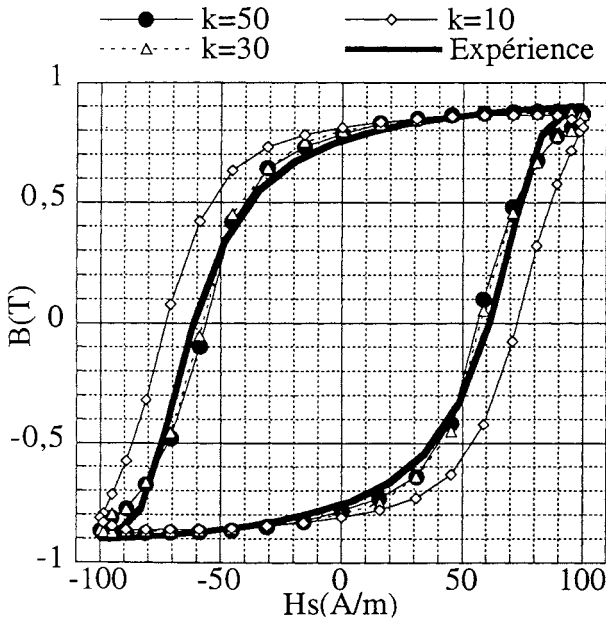


Figure II.79 : $f = 10\text{Hz}$

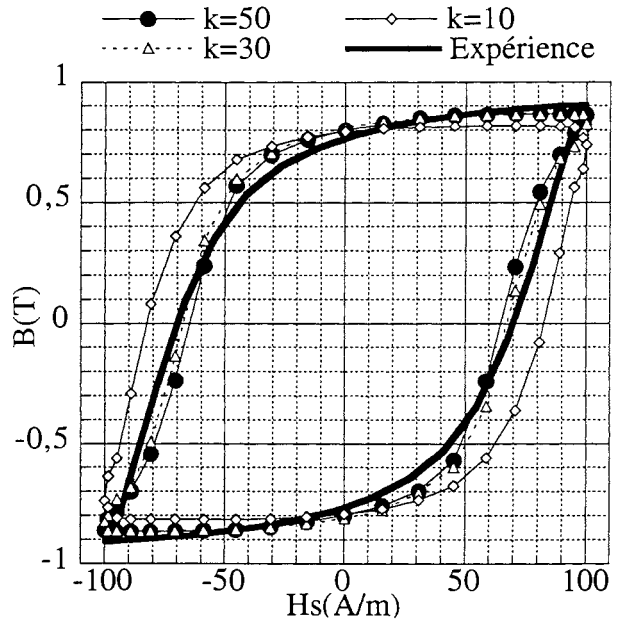


Figure II.80 : $f = 20\text{Hz}$

b. Tôle N.O. n°2

La plage de fréquences correspondant à la condition (II.90) est : $f \leq 200\text{ Hz}$.

On choisit les fréquences de 200 Hz, 100 Hz, 50 Hz, 20 Hz, 10 Hz, 5 Hz et 1 Hz.

$H_{\text{max}} = 75\text{ A/m}$, $\mu = 11,6 \cdot 10^{-3}\text{ Hm}^{-1}$ et $\rho = 48 \cdot 10^{-8}\text{ }\Omega\text{m}$.

Les cycles sont présentés sur les figures II.81 et 82 pour $f = 50\text{ Hz}$ et $f = 200\text{ Hz}$. Pour la plupart des fréquences ($f < 100\text{ Hz}$), k est dans une zone d'indétermination de 500 à 1000. Seuls les cycles obtenus à une fréquence de 200 Hz permettent d'orienter notre détermination vers une valeur de k de 1000.

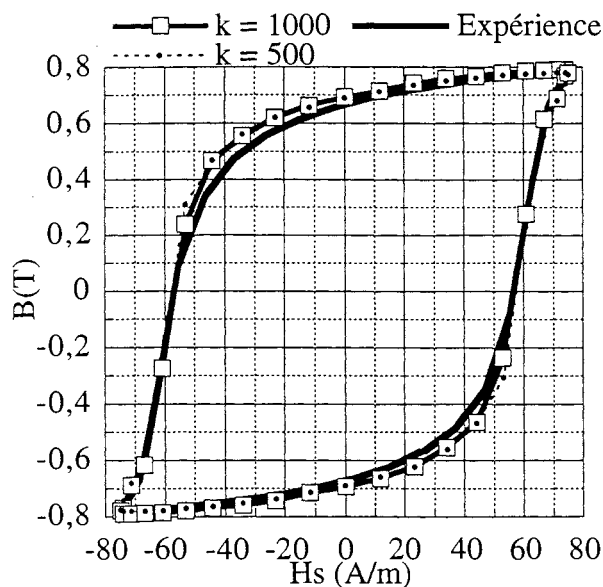


Figure II.81 : $f = 50\text{Hz}$

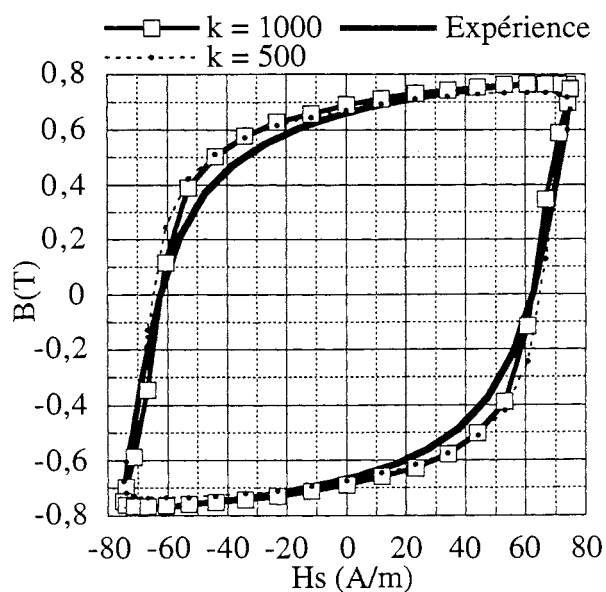


Figure II.82 : $f = 200\text{Hz}$

II.2.3.3 Etude métallographique

Une autre façon d'estimer le paramètre k est d'utiliser l'expression analytique donnée en (II.81). Le problème est alors de déterminer le nombre N_0 d'O.M. présents dans la section. Pour des tôles N.O., un O.M. est assimilable à un ou plusieurs grains. Calculons k_{ana} en supposant qu'un O.M. correspond à un grain.

Une étude métallographique de la section de la tôle permet de déterminer le diamètre moyen des grains. On calcule ainsi k_{ana} puis le rapport k_{ana}/k . Ce rapport correspond au nombre de grains associé à un O.M. pour les valeurs de k déterminées précédemment (tableau II.1).

	Taille de grain (μm)	k_{ana}	k	k_{ana}/k
N.O. n°1	60	740	50	14,8
N.O. n°2	20	7500	1000	7,5

Tableau II.1 : Approche analytique

Le nombre de grains associés à un O.M. (rapport k_{ana}/k) obtenu pour les deux tôles paraît raisonnable. La valeur trouvée pour la tôle N.O. n°1 est peut-être un peu forte.

En tous les cas, cette étude souligne la difficulté de déterminer k par une simple étude métallographique car la zone associée à un O.M. varie d'une tôle à une autre et ne se réduit pas à un grain.

II.2.3.4 Conclusion

La méthode proposée permet d'établir un ordre de grandeur pour le paramètre k du modèle de Preisach dynamique, mais il paraît difficile d'en donner, sur cette base, une valeur plus précise, à cause notamment des plages de fréquences utilisées, trop réduites. Des fréquences plus élevées nous éloigneraient des hypothèses simplificatrices de calcul du champ. Pour valider les valeurs de k à haute fréquence, il faudra donc utiliser d'autres méthodes. Nous mettrons en oeuvre un calcul numérique complet de la diffusion magnétique. Nous n'écarterons pas pour autant la voie analytique : nous reconsidérerons notre méthode de calcul et notamment les hypothèses concernant la prise en compte des variations de perméabilité différentielle dues à l'hystérésis pour le calcul du champ et celle de la non discrétisation de la section initialement liée à la quasi-homogénéité des grandeurs magnétiques.

Une étude métallographique ne paraît pas suffisante pour déterminer un ordre de grandeur de k à partir de (II.81). Il faudrait probablement procéder à une étude plus poussée sur la microstructure, en particulier de la texture, pour mieux définir analytiquement ce paramètre.

CHAPITRE III

**VERS UN MODELE MOYEN $\bar{B}(H_s)$: ETUDE DES PHENOMENES
DE DIFFUSION DANS LA SECTION D'UNE TOLE**

CHAPITRE III

VERS UN MODELE MOYEN $\bar{B}(H_s)$: ETUDE DES PHENOMENES DE DIFFUSION DANS LA SECTION D'UNE TOLE

Dans ce chapitre, nous proposons deux approches pour étudier les phénomènes de diffusion magnétique ayant lieu dans la section droite des tôles, en présence d'hystérésis et pour le cas où \vec{B} et \vec{H} sont supposés colinéaires (modèle scalaire).

La première approche, numérique, permet d'obtenir un calcul précis des grandeurs magnétiques par la méthode des éléments finis. Nous étudions alors la pertinence de différentes lois de comportement (loi anhystérétique linéaire ou non linéaire, modèles de Preisach statique et dynamique) en comparant les cycles $\bar{B}(H_s)$ obtenus et les pertes associées avec l'expérience. Les fréquences utilisées sont inférieures et supérieures à la fréquence de travail classique de la tôle. Il est ainsi possible de définir le modèle le mieux adapté pour décrire le comportement local du matériau dans sa section. Cette étude permet également de tester les valeurs du paramètre k du modèle de Preisach dynamique déterminées au chapitre précédent pour des fréquences plus élevées.

Cependant, cette approche nécessite une mise en oeuvre informatique assez lourde. En effet, l'introduction d'une loi d'aimantation $B(H)$ hystérétique impose de travailler en pas à pas sur le temps, d'utiliser des méthodes itératives de résolution et de réserver une place mémoire non négligeable pour conserver l'histoire du matériau. Les calculs sont donc coûteux en temps et en taille mémoire.

Pour ces raisons, nous avons mené en parallèle une deuxième approche, analytique, afin d'obtenir un calcul plus rapide. Ce calcul se base sur des hypothèses simplificatrices concernant notamment les variations de perméabilité différentielle dues à l'hystérésis. Les cycles $\bar{B}(H_s)$ et les pertes obtenus sont comparés à l'expérience et aux résultats du calcul numérique.

Ces deux approches permettent alors d'établir les bases d'un modèle $\bar{B}(H_s)$.

Précisons que notre étude se place à une échelle mesoscopique dans la mesure où les modèles utilisés (modèles de Preisach statique et dynamique) s'appuient sur une représentation statistique des parois magnétiques ou d'un ensemble de parois. Travailler à une échelle microscopique, au niveau des moments atomiques, correspondrait à un niveau de finesse qui ne se justifie pas pour une application électrotechnique où la grandeur magnétique importante est macroscopique puisqu'il s'agit du flux dans les tôles.

III.1 EQUATION DE LA DIFFUSION MAGNETIQUE DANS LA SECTION D'UNE TOLE

On se propose d'étudier les phénomènes de diffusion magnétique dans la section droite d'une tôle (figure III.1). Le champ en surface $H_s(t)$ est supposé uniforme ; le champ \vec{H} et l'induction \vec{B} sont perpendiculaires à la section.

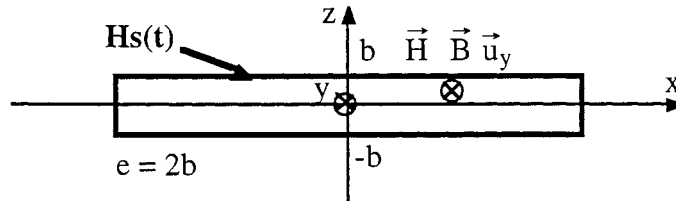


Figure III.1 : Section droite de la tôle

\vec{H} et \vec{B} dans la section sont calculés en résolvant l'équation de la diffusion magnétique obtenue à partir des équations de Maxwell :

$$\vec{\text{rot}} \vec{H} = \vec{J} \quad (\text{III.1})$$

$$\vec{\text{rot}} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{III.2})$$

$$\vec{\text{div}} \vec{B} = 0 \quad (\text{III.3})$$

\vec{J} est la densité de courant (Am^{-2}), \vec{E} le champ électrique (Vm^{-1}).

La combinaison des équations de Maxwell permet d'écrire :

$$\vec{\text{Rot}} (\vec{\text{Rot}} \vec{H}) = \vec{\text{grad}}(\text{div} \vec{H}) - \nabla^2 \vec{H} . \quad (\text{III.4})$$

Si :

$$\vec{H} = H_y(x,z) \vec{u}_y , \quad (\text{III.5})$$

où \vec{u}_y est le vecteur unitaire normal à la section droite, alors :

$$\text{div} \vec{H} = \frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z} = 0 . \quad (\text{III.6})$$

D'autre part, si :

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (\text{III.7})$$

où σ est la conductivité, alors :

$$\text{Rot}(\vec{\text{Rot}} \vec{H}) = \vec{\text{Rot}} \vec{J} = \sigma \vec{\text{Rot}} \vec{E} = -\sigma \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}. \quad (\text{III.8})$$

On obtient donc :

$$\vec{\nabla}^2 \vec{H} = \sigma \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}. \quad (\text{III.9})$$

Or, comme :

$$\vec{B} = B_y(x,z) \vec{u}_y \quad (\text{III.10})$$

Alors :

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} = \sigma \frac{\partial B_y}{\partial t}. \quad (\text{III.11})$$

L'équation (III.11) est l'équation de la diffusion magnétique. Elle régit les variations spatiale et temporelle du champ.

B_y et H_y sont liés par la loi d'aimantation du matériau. Si on considère que cette loi ne dépend que du champ, le deuxième terme de (III.11) s'écrit :

$$\frac{\partial B_y}{\partial t} = \frac{\partial B_y}{\partial H_y} \cdot \frac{\partial H_y}{\partial t} \quad (\text{III.12})$$

Dans le cas où la perméabilité différentielle $\frac{\partial B_y}{\partial H_y}$ dépend du champ, l'équation (III.11) n'est pas linéaire et une résolution analytique sans hypothèses simplificatrices sur la géométrie et la relation $B(H)$ est impossible.

On se propose alors, dans une première approche, d'utiliser la méthode des éléments finis associée à un schéma en pas à pas sur le temps pour résoudre numériquement l'équation de la diffusion magnétique.

En effet, le choix d'une loi d'aimantation hystérétique ne permet pas d'utiliser des grandeurs complexes qui supposent des variations sinusoïdales de \vec{H} et \vec{B} . L'évolution du champ dans le temps doit donc être prise en compte par un schéma de discrétisation temporelle (pas à pas sur le temps). De plus, la perméabilité différentielle $\frac{\partial B_y}{\partial H_y}$ n'étant pas uniforme dans le domaine d'étude, il faut à chaque

instant appliquer un schéma de discrétisation spatiale (méthode des éléments finis) pour déterminer la distribution des grandeurs électromagnétiques sur le domaine.

III.2 TRAITEMENT DU PROBLEME PAR UNE METHODE NUMERIQUE

Nous rappelons dans ce paragraphe les grands principes de la méthode des éléments finis avant de les appliquer à l'équation de la diffusion magnétique préalablement discrétisée en temps. Nous indiquons comment le pas à pas sur le temps et le modèle hystérétique sont gérés. Nous précisons notre domaine d'étude et ses conditions aux limites. Enfin, nous faisons quelques remarques pratiques concernant la convergence du problème.

III.2.1 Rappel sur la méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis est utilisée depuis plusieurs années au Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble [COU-The-81]. Elle permet à partir d'une géométrie, de propriétés physiques et de conditions aux limites connues de résoudre les équations de Maxwell.

Cette méthode consiste à transformer un système d'équations aux dérivées partielles associé à des conditions aux limites en un système matriciel. Pour cela, une forme intégrale de l'équation différentielle est utilisée et l'inconnue du problème est approchée par une solution discrète.

Dans le cas général, le comportement d'un système physique est représenté par un système d'équations aux dérivées partielles :

$$L(u) = f \text{ sur un domaine } \Omega \quad (\text{III.13})$$

$$C(u) = g \text{ sur la frontière } \Gamma \quad (\text{III.14})$$

où L et C sont des opérateurs différentiels, u la variable d'état inconnue, f une fonction du domaine Ω et g une fonction des frontières Γ .

La méthode des résidus pondérés ou méthode de Galerkin permet d'obtenir une forme intégrale équivalente en projetant l'équation $L(u)=f$ sur un ensemble de fonctions ϕ constituant une base de fonctions orthogonales. u est alors solution de (III.13) si elle vérifie :

$$\int_{\Omega} \phi \cdot (L(u)-f) d\Omega = 0, \forall \phi \text{ de la base} \quad (\text{III.15})$$

Les fonctions ϕ sont appelées fonctions de pondération.

La méthode des résidus pondérés n'est pas la seule permettant d'obtenir une forme intégrale. La méthode de Ritz qui minimise la fonctionnelle d'énergie du système physique peut être également utilisée. Lorsque l'opérateur L est auto-adjoint, les méthodes de Ritz et de Galerkin sont équivalentes.

La méthode des éléments finis consiste à utiliser une solution approchée discrète de l'inconnue u . u n'est calculée qu'en un nombre fini N_n de points qui sont les noeuds du domaine et se présente comme une combinaison linéaire de fonctions indépendantes α_j :

$$u = \sum_{j=1}^{N_n} u_j \alpha_j \quad (\text{III.16})$$

Les fonctions α_j sont des fonctions d'interpolation, généralement polynomiales par morceaux et telles que :

$$\begin{aligned} \alpha_i &= 1 \text{ au noeud } i \\ \alpha_j &= 0 \text{ ailleurs} \end{aligned} \quad (\text{III.17})$$

Ainsi, on doit résoudre le système matriciel suivant ($N_n \times N_n$) :

$$[M] [u] = [S] \quad (\text{III.18})$$

Avec :

$$\sum_{j=1}^{N_n} M_{ij} u_j = \int \varphi_i L(u) d\Omega \quad (\text{III.19})$$

$$S_i = \int_{\Omega} \varphi_i f d\Omega \quad (\text{III.20})$$

On choisit en général les fonctions de pondérations φ_i et d'approximations α_i égales. Lors de l'utilisation de propriétés magnétiques non linéaires, la matrice $[M]$ dépend du vecteur solution u . Le système à résoudre est donc non linéaire et on doit alors utiliser une méthode numérique pour le résoudre.

III.2.2 Discrétisation en temps

L'équation (III.11) contient un terme de dérivée partielle par rapport au temps que l'on traite par la méthode des différences finies. Cette méthode consiste à décomposer en série de Taylor les termes dépendant du temps (par exemple la fonction $I(t)$) et à ne conserver qu'un nombre restreint de termes :

$$I(t+\Delta t) = I(t) + \frac{\partial I}{\partial t}(t) \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 I}{\partial t^2} \right)(t) \cdot \Delta t^2 + \dots \quad (\text{III.21})$$

Nous avons opté pour un développement de la série de Taylor à l'ordre 1, ce qui conduit à :

$$I(t+\Delta t) = I(t) + \frac{\partial I}{\partial t}(t) \cdot \Delta t \quad (\text{III.22})$$

Nous supposons que l'équation différentielle à résoudre est étudiée à l'instant $t_\theta = t + \theta \cdot \Delta t$ où $0 < \theta < 1$. On montre que :

$$\frac{\partial I}{\partial t}(t_\theta) = \frac{I(t+\Delta t) - I(t)}{\Delta t} \quad (\text{III.23})$$

et :

$$I(t_\theta) = \theta \cdot I(t+\Delta t) + (1-\theta) \cdot I(t) \quad (\text{III.24})$$

Ce qui conduit à approcher les termes de l'équation (III.11) par :

$$\sigma \frac{\partial B_y}{\partial t} = \sigma \frac{B_y(t+\Delta t) - B_y(t)}{\Delta t} \quad (\text{III.25})$$

$$\nabla^2 H_y = \theta \cdot \nabla^2 H_y(t+\Delta t) + (1-\theta) \cdot \nabla^2 H_y(t) \quad (\text{III.26})$$

D'où une équation à résoudre de la forme :

$$\theta \cdot \nabla^2 H_y(t+\Delta t) + (1-\theta) \cdot \nabla^2 H_y(t) = \sigma \frac{B_y(t+\Delta t) - B_y(t)}{\Delta t} \quad (\text{III.27})$$

Pour cette méthode, il faut donc choisir deux paramètres : θ et Δt . Le choix de θ conditionne les résultats obtenus.

$\theta = 0$ correspond à un schéma d'Euler explicite et impose une condition de stabilité liant Δt et Δx .

$\theta = 0,5$ est le schéma de Crank Nicholson.

$\theta = \frac{2}{3}$ est le schéma de Galerkin.

$\theta = 1$ est le schéma d'Euler implicite.

Pour $0,5 \leq \theta \leq 1$, le problème est inconditionnellement stable, c'est pourquoi nous allons choisir une valeur de θ sur cet intervalle.

Une valeur de $\theta=0,5$ donne les résultats les plus précis sur les grandeurs moyennes sur le temps mais les grandeurs temporelles sont susceptibles de subir des oscillations. Comme nous nous intéressons aux pertes moyennes totales et au cycle $\bar{B}(H_s)$ nous optons pour cette valeur. En revanche, une valeur

de $\theta = 1$ donne des résultats moins précis sur les grandeurs moyennes mais les grandeurs temporelles sont mieux lissées. Si θ est différent de 1, le champ $H_y(t)$ au temps t doit être stocké pour calculer $H_y(t+\Delta t)$.

Nous avons effectivement vérifié avec un modèle de Preisach statique que $\theta=0,5$ donnait des valeurs de pertes plus proches de l'expérience que le cas $\theta=1$.

Notre choix d'une méthode des différences finies pour discrétiser en temps l'équation (III.11) a été motivé par plusieurs raisons : c'est une méthode facile à mettre en oeuvre, qui ne nécessite pas de stocker un grand nombre de pas précédant le pas courant et qui donne généralement des résultats précis. Cette méthode a d'ailleurs été utilisée au laboratoire après étude d'autres méthodes de discrétisation en temps [LAB-The-96].

III.2.3 Application de la méthode des éléments finis à l'équation discrétisée en temps

Nous utilisons la méthode de Galerkin ainsi que des fonctions de projection et d'interpolation égales.

La projection de l'équation (III.27) sur l'ensemble des fonctions α_i donne :

$$\theta \cdot \int_{\Omega} \nabla^2 H_y(t+\Delta t) \cdot \alpha_i \, d\Omega + (1-\theta) \cdot \int_{\Omega} \nabla^2 H_y(t) \cdot \alpha_i \, d\Omega = \frac{\sigma}{\Delta t} \left(\int_{\Omega} B_y(t+\Delta t) \cdot \alpha_i \, d\Omega - \int_{\Omega} B_y(t) \cdot \alpha_i \, d\Omega \right) \quad (\text{III.28})$$

On utilise ensuite le fait que :

$$\int_{\Omega} \nabla^2 H_y \cdot \alpha_i \, d\Omega = \int_{\Gamma} \alpha_i \cdot \overrightarrow{\text{grad}} H_y \cdot \vec{n}_{\text{ext}} \, d\Gamma - \int_{\Omega} \overrightarrow{\text{grad}} H_y \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \alpha_i \, d\Omega \quad (\text{III.29})$$

où \vec{n}_{ext} est la normale à la frontière (Γ) du domaine.

Par symétrie, le domaine d'étude peut se réduire à un quart de section de la tôle (figure III.2). L'intégrale sur la frontière (Γ) est nulle car :

$$\begin{cases} \alpha_i = 0 & \text{sur } \Gamma_1 \\ \overrightarrow{\text{grad}} H_y \cdot \vec{n}_{\text{ext}} = 0 & \text{sur } \Gamma_2 \end{cases} \quad (\text{III.30})$$

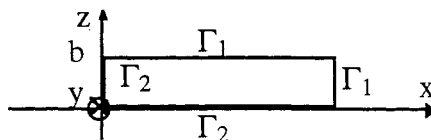


Figure III.2 : Domaine d'étude

Si l'inconnue est approchée par :

$$H_y(x,z,t) = \sum_{i=1}^{N_n} H_i(t) \cdot \alpha_i(x,z) \quad (\text{III.31})$$

Alors :

$$\bar{R}^t = \theta \cdot [S] \cdot \bar{H}^t + \frac{\bar{Tb}^t}{\Delta t} - \bar{U}^{t-\Delta t} = 0 \quad (\text{III.32})$$

avec :

$$\bar{U}^{t-\Delta t} = (\theta - 1) \cdot [S] \cdot \bar{H}^{t-\Delta t} + \frac{\bar{Tb}^{t-\Delta t}}{\Delta t} \quad (\text{III.33})$$

La notation \bar{V}^t correspond au vecteur V au temps t et $[M]^t$ à la matrice M au temps t .
 \bar{R}^t est le résidu. $[S]$ et \bar{Tb} sont définis par leurs composantes :

$$S_{ij} = \int_{\Omega} \overrightarrow{\text{grad}} \alpha_i \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \alpha_j \, d\Omega \quad (\text{III.34})$$

$$Tb_i^t = \int_{\Omega} \sigma \cdot B_y(t) \cdot \alpha_i \, d\Omega \quad (\text{III.35})$$

pour $\{i,j\} \in \{1 \dots N_n\}^2$

On peut remarquer que nous aurions pu exprimer le résidu \bar{R}^t sous la forme :

$$\bar{R}^t = [M1] \cdot \bar{H}^t - \bar{F}^{t-\Delta t} \quad (\text{III.36})$$

en utilisant la perméabilité définie par :

$$B_y(x,z,t) = \mu(x,z,t) \cdot H_y(x,z,t) \quad (\text{III.37})$$

Le problème est que cette perméabilité devient infinie lorsque le champ s'annule. En exprimant le résidu en fonction de l'induction, on élimine cet inconvénient. On peut également remarquer que nous avons appliqué successivement la méthode des différences finies à l'équation de la diffusion puis la méthode des éléments finis. On aurait pu permuter les deux opérations : ces deux procédures sont en fait équivalentes (voir démonstration en Annexe 3).

Le système matriciel obtenu n'est pas linéaire car le vecteur \overline{Tb}^t contient l'induction $B_y(x,z,t)$ qui dépend de l'inconnue $H_y(x,z,t)$ de façon non linéaire dans le cas d'une loi hystérétique. La détermination de l'inconnue \overline{H}^t à partir du pas de temps $(t-\Delta t)$ nécessite donc l'utilisation d'une méthode numérique. La méthode utilisée de façon classique dans les logiciels éléments finis est la méthode de Newton-Raphson. C'est une méthode facile à mettre en oeuvre et qui converge de façon quadratique au voisinage de la solution.

Nous rappelons brièvement les principes de la méthode et l'appliquons à notre problème.

III.2.4 Traitement des non linéarités : méthode de Newton Raphson

III.2.4.1 Principe de la méthode

La méthode consiste à construire une suite \overline{H}^n de vecteurs de façon à ce que la limite de \overline{H}^n quand n tend vers l'infini soit \overline{H} où \overline{H} est la solution du système non linéaire. Cette suite est construite en approchant à chaque itération la fonction à annuler par sa tangente (figure III.3).

Dans notre cas, il faut annuler le résidu défini par :

$$\overline{R}(\overline{H}) = [M] \cdot \overline{H} + \overline{N}(\overline{H}) + \overline{F} \quad (III.38)$$

Avec:

$$\left\{ \begin{array}{l} [M] = \theta [S] \\ \overline{N} = \frac{\overline{Tb}^t}{\Delta t} \\ \overline{F} = -\overline{U}^{t-\Delta t} \end{array} \right. \quad (III.39)$$

On pose : $\overline{R}^n = \overline{R}(\overline{H}^n)$

On peut écrire grâce à un développement de Taylor à l'ordre 1 :

$$\overline{R}^{n+1} = \overline{R}^n + \left[\frac{d\overline{R}}{d\overline{H}} \right]_{\overline{H}=\overline{H}^n} \cdot (\overline{H}^{n+1} - \overline{H}^n) \quad (III.40)$$

Annuler \overline{R}^{n+1} implique :

$$-\overline{R}^n = \left[\frac{d\overline{R}}{d\overline{H}} \right]_{\overline{H}=\overline{H}^n} \cdot (\overline{H}^{n+1} - \overline{H}^n) \quad (III.41)$$

La suite \bar{H}^n est donc définie à partir d'une solution initiale \bar{H}^0 .

Pour le pas de temps t , \bar{H}^0 correspond à la solution $\bar{H}^{t-\Delta t}$ calculée au pas de temps précédent. Pour le calcul du premier pas de temps, \bar{H}^0 est le vecteur nul car nous avons choisi comme état initial l'état désaimanté du matériau.

La figure III.3 illustre cette méthode quand le résidu est monovariable.

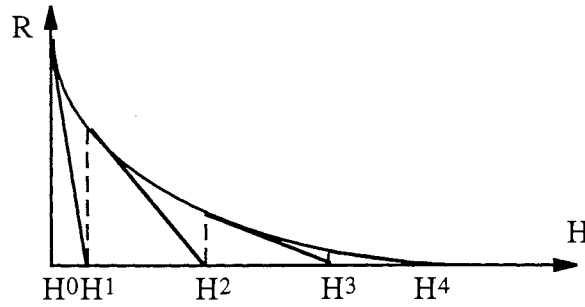


Figure III.3 : Schéma de la méthode de Newton-Raphson

III.2.4.2 Application au problème

Dans notre cas, pour calculer les incréments de champ $\Delta \bar{H}^h$ à ajouter au vecteur \bar{H}^h pour trouver \bar{H}^{h+1} , il faut calculer le résidu \bar{R}^h de terme général :

$$R_i^h = -U_i^{t-\Delta t} + \theta \cdot \sum_{k=1}^{Nn} H_k^h \int_{\Omega} \vec{\text{grad}} \alpha_k \cdot \vec{\text{grad}} \alpha_i d\Omega + \frac{\sigma}{\Delta t} \int_{\Omega} B_y^h \cdot \alpha_i d\Omega \quad (\text{III.42})$$

Et la matrice Jacobienne $[\text{Jac}]^h = \left[\frac{\partial R}{\partial H} \right]_{H=\bar{H}^h}$ de terme général :

$$\text{Jac}_{ij}^h = \frac{\partial R_i^h}{\partial H_j^h} = \theta \cdot \int_{\Omega} \vec{\text{grad}} \alpha_j \cdot \vec{\text{grad}} \alpha_i d\Omega + \frac{\sigma}{\Delta t} \cdot \int_{\Omega} \frac{\partial B_y^h}{\partial H_j^h} \cdot \alpha_i d\Omega \quad (\text{III.43})$$

Il manque à exprimer le terme $\frac{\partial B_y^h}{\partial H_j^h}$ (noté plus simplement $\frac{\partial B^i}{\partial H_j^i}$).

On doit, à ce stade, distinguer le cas du modèle de Preisach statique de celui du modèle dynamique.

* Dans le cas du modèle statique, l'induction ne dépend que du champ et du passé du matériau. On peut alors écrire :

$$\frac{\partial B^t}{\partial H_j^t} = \frac{\partial B^t}{\partial H^t} * \frac{\partial H^t}{\partial H_j^t} = \frac{\partial B^t}{\partial H^t} * \alpha_j \quad (\text{III.44})$$

Donc :

$$\text{Jac}_{ij}^t = \theta \cdot \int \vec{\text{grad}} \alpha_i \cdot \vec{\text{grad}} \alpha_j d\Omega + \frac{\sigma}{\Delta t} \cdot \int \frac{\partial B_y^h}{\partial H_y^h} \alpha_i \alpha_j d\Omega \quad (\text{III.45})$$

Le terme $\frac{\partial B^t}{\partial H^t}$ est approché par :

$$\frac{\partial B^t}{\partial H_y^t} \# \frac{B^t - B^{t-\Delta t}}{H^t - H^{t-\Delta t}} \quad (\text{III.46})$$

Le but de cette approximation est de limiter les calculs avec le modèle de Preisach et d'utiliser l'information stockée au pas de temps précédent. Cette approximation est d'autant plus justifiée que les pas de temps utilisés sont petits.

* Dans le cas du modèle de Preisach dynamique, l'induction dépend en plus de la vitesse de variation du champ. On a alors :

$$\frac{\partial B^t}{\partial H_j^t} = \frac{\partial B^t}{\partial H^t}(\dot{H}^t) * \frac{\partial H^t}{\partial H_j^t} + \frac{\partial B^t}{\partial \dot{H}^t}(\dot{H}^t) * \frac{\partial \dot{H}^t}{\partial H_j^t} \quad (\text{III.47})$$

Le terme $\frac{\partial B^t}{\partial H^t}(\dot{H}^t)$ obtenu à \dot{H}^t donné peut être approché par l'expression (III.46) si on considère une variation linéaire de la loi $B(H)$ entre les temps $(t-\Delta t)$ et t (figure III.4).

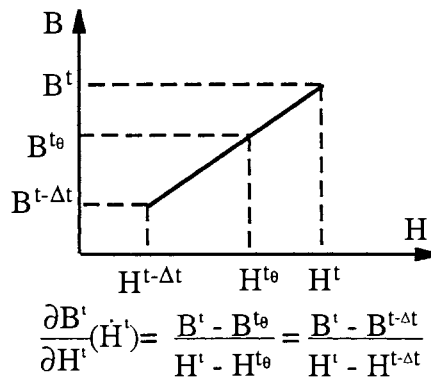


Figure III.4 : Calcul de $\frac{\partial B^t}{\partial H^t}(\dot{H}^t)$

Le terme $\frac{\partial B^t}{\partial \dot{H}^t}(H^t)$ obtenu à H^t donné peut être approché par l'expression (figure III.5) :

$$\frac{\partial B^t}{\partial \dot{H}^t}(H^t) = \frac{B^t(\Delta t') - B^t}{\frac{H^t - H^{t-\Delta t}}{\Delta t'} - \frac{H^t - H^{t-\Delta t}}{\Delta t}} \quad (\text{III.48})$$

où $B^t(\Delta t')$ est l'induction obtenue par le modèle de Preisach dynamique à partir de l'induction $B^{t-\Delta t}$ du pas de temps précédent ($t-\Delta t$) pour un champ H^t atteint en $\Delta t'$ secondes.

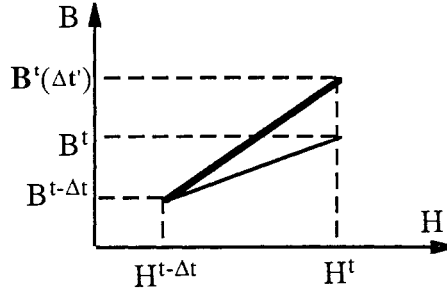


Figure III.5 : Calcul de $\frac{\partial B^t}{\partial \dot{H}^t}(H^t)$

Par ailleurs, on peut estimer que :

$$\frac{\partial \dot{H}^t}{\partial H_j^t} = \left(\frac{1}{\Delta t'} - \frac{1}{\Delta t} \right) * \alpha_j \quad (\text{III.49})$$

Dans le cas particulier où on choisit $\Delta t' = 2.\Delta t$, on obtient :

$$\frac{\partial B^t}{\partial \dot{H}^t}(H^t) * \frac{\partial \dot{H}^t}{\partial H_j^t} = \frac{B^t(2\Delta t) - B^t}{H^t - H^{t-\Delta t}} * \alpha_j \quad (\text{III.50})$$

De plus, si on approche $B^t(2\Delta t)$ par :

$$B^t(2\Delta t) = B^{t-\Delta t} + 2.(B^t - B^{t-\Delta t}) = 2B^t - B^{t-\Delta t} \quad (\text{III.51})$$

On en déduit que :

$$\frac{\partial B^t}{\partial \dot{H}^t}(H^t) * \frac{\partial \dot{H}^t}{\partial H_j^t} = \frac{B^t - B^{t-\Delta t}}{H^t - H^{t-\Delta t}} * \alpha_j \quad (\text{III.52})$$

Donc, pour le cas dynamique :

$$\frac{\partial B^t}{\partial H_j^t} = 2 \frac{B^t - B^{t-\Delta t}}{H^t - H^{t-\Delta t}} * \alpha_j \quad (\text{III.53})$$

III.2.5 Implantation dans le logiciel FLUX3D-2D

Nous présentons brièvement les points importants de l'implantation de l'équation de la diffusion magnétique prenant en compte l'hystérésis. Nous précisons que la structure générale pour faire du pas à pas dans le temps a été mise en place pour traiter l'étude de ralentisseurs au Laboratoire [LAB-The-96]. Nous l'avons adaptée à notre problème et avons implanté toute la structure nécessaire pour utiliser un modèle de Preisach.

III.2.5.1 Traitement du pas à pas dans le temps

Pour chaque pas de temps t , les opérations suivantes sont effectuées :

- calcul et stockage de $\bar{U}^{t-\Delta t}$ à partir de $\bar{H}^{t-\Delta t}$ et $\bar{B}^{t-\Delta t}$ venant d'être calculés au pas de temps précédent. $\bar{U}^{t-\Delta t}$ est utile pour le calcul du résidu
- Stockage de $\bar{H}^{t-\Delta t}$ et de $\bar{B}^{t-\Delta t}$
 $\bar{H}^{t-\Delta t}$ et $\bar{B}^{t-\Delta t}$ sont utiles pour calculer le terme $\frac{\partial B^t}{\partial H_j^t}$ de la matrice jacobienne.
- Résolution du système par une procédure itérative de Newton-Raphson. Pour l'itération n , on a :
 - * Calcul de \bar{R}^n et $[Jac]^n$
 - * Calcul de \bar{H}^{n+1}
 - * Calcul et stockage de \bar{B}^{n+1} , $\frac{\partial B^{n+1}}{\partial H_j^{n+1}}$ pour le calcul de \bar{R}^{n+1} et $[Jac]^{n+1}$ de l'itération suivante
 - * Test de convergence pour la procédure de Newton-Raphson. Il s'agit du test classique :

$$\left\| \frac{\Delta \bar{H}^{n+1}}{\bar{H}^{n+1}} \right\| < \epsilon_{NR} \quad (III.54)$$

où ϵ_{NR} est la précision désirée.

Une durée de simulation et un nombre de pas de calcul permettent de définir le pas de temps Δt fixe du problème. Le paramètre θ peut également être choisi ($0.5 \leq \theta \leq 1$, en général $\theta = 0,5$).

La valeur du champ aux noeuds du problème peut être conservée en mémoire à des instants choisis.

En certains points de la section, il est possible de stocker le temps et la valeur du champ à chaque instant afin de tracer le cycle local $B(H)$.

III.2.5.2 Traitement de l'hystérésis

Dans la résolution du problème, le modèle $B(H)$ est utilisé à chaque instant t , pour chaque itération n de Newton Raphson, pour calculer B^h . En effet, B^h est utilisé pour le calcul des intégrales doubles sur l'espace qui figurent dans les expressions du résidu et du jacobien. Cette intégration sur l'espace étant effectuée avec une méthode de Gauss, B^h doit être calculé à tous les points de Gauss des éléments finis du problème.

L'induction B se calcule à partir d'un triangle de Preisach discrétisé en $2N_{ep}$ éléments. A chaque élément de Preisach est associé l'état élémentaire $EE_{\alpha k \beta k}$ et sa surface T_k (voir II.1.5.1.e). αk et βk sont les coordonnées du centre de l'élément. $EE_{\alpha k \beta k}$ est soit l'opérateur du modèle de Preisach statique $\gamma_{\alpha k \beta k}$ soit celui du modèle de Preisach dynamique $\phi_{\alpha k \beta k}(t)$. En utilisant les propriétés de symétrie de la fonction de Preisach, on obtient :

$$B(H, \text{passé}) = Ms \sum_{k=1}^{N_{ep}} \left(\iint_{(T_k)} p(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \right) [EE_{\alpha k \beta k}(H, \text{passé}) + EE_{-\beta k, -\alpha k}(H, \text{passé})] \quad (\text{III.55})$$

La connaissance des états élémentaires $EE_{\alpha k \beta k}$ correspondant à un champ appliqué H et une histoire du matériau permet de calculer B . C'est pourquoi deux plans de Preisach ont été associés à chaque point de Gauss. L'un contient les valeurs des états élémentaires $EE_{\alpha k \beta k}$ à l'instant précédent $(t - \Delta t)$ et permet de conserver en mémoire le passé du matériau. Un autre contient également les états élémentaires $EE_{\alpha k \beta k}$ mais à l'instant courant t : ces valeurs sont calculées à chaque itération n du temps t à partir des $EE_{\alpha k \beta k}$ de l'instant précédent et de \bar{H}^h , pour permettre le calcul de B^h .

Il aurait été possible de n'utiliser qu'un seul plan de Preisach. Il aurait contenu les valeurs de $EE_{\alpha k \beta k}$ à l'instant précédent. Les valeurs des états élémentaires $EE_{\alpha k \beta k}$ à l'instant courant n'auraient pas été stockées mais directement utilisées après détermination pour calculer B^h . Quand la convergence de la méthode de Newton-Raphson aurait été atteinte, il aurait alors été nécessaire de recalculer les valeurs des états $EE_{\alpha k \beta k}$ à l'instant t pour les stocker dans l'unique plan de Preisach : ces valeurs représenteraient ainsi le passé du matériau pour l'instant $(t + \Delta t)$.

Il faut surtout garder à l'esprit que l'utilisation d'un modèle de Preisach nécessite de stocker au moins en mémoire les $(nbrpg.2.N_{ep})$ réels associés aux $(2.N_{ep})$ états élémentaires des plans de Preisach des $nbrpg$ points de Gauss de la structure. La place en mémoire requise peut donc être rapidement rédhibitoire. Nous verrons que comme notre problème peut être traité avec un nombre d'éléments assez réduits, la place mémoire requise ici n'est pas trop importante.

Enfin, notre modèle de loi $B(H)$ reposant sur un plan de Preisach discrétisé, il pourrait générer des courbes $B(H)$ présentant des inductions constantes pour certaines variations de H . En effet, si pour une faible variation du champ, la frontière $L(t)$ se déplace entre les centres de deux éléments voisins, les états élémentaires associés à ces éléments ne varieront pas et l'induction non plus (figure III.6).

Il est donc utile, d'une part, de discrétiser assez finement le plan de Preisach, tout en utilisant une place mémoire raisonnable.

D'autre part, le modèle dynamique est tel qu'il existe toujours a priori des états élémentaires $\phi_{\alpha k \beta k}$ en train d'évoluer entre les valeurs (-1) et $(+1)$: en conséquence, même pour une faible variation de H , ces états élémentaires continuent de varier et l'induction de même. Cette propriété est d'autant mieux vérifiée que la fréquence est grande. En ce qui concerne le modèle de Preisach statique, on

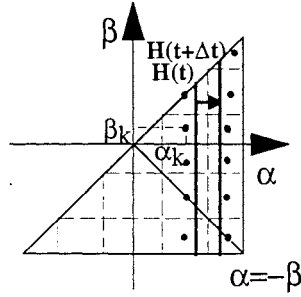


Figure III.6 : Faible variation du champ pouvant générer aucune variation d'aimantation

s'affranchit de la discrétisation de la façon suivante : on associe à l'élément de Preisach travers  par la frontière $L(t)$ un état élémentaire calculé au prorata de la partie de la surface de l'élément correspondant à $\gamma_{\alpha\beta} = +1$ et celle où $\gamma_{\alpha\beta} = -1$.

III.2.6 Géométrie étudiée, conditions aux limites et maillage

Pour des raisons de symétrie, la géométrie étudiée peut se réduire au quart de la section de la tôle .

La tôle ayant un rapport important entre son épaisseur et sa largeur (rapport de 60 pour l'échantillon epstein N.O. FeV 400-50 HA), on décide de n'en étudier qu'une partie, de largeur l' .

La nouvelle géométrie et ses conditions aux limites sont présentées sur la figure III.7 : une condition de Neumann correspondant à $\frac{\partial H}{\partial n} = 0$ est imposée sur la frontière (Γ_2) (donc \vec{J} perpendiculaire à (Γ_2) ou nul); une condition de Dirichlet permet d'imposer un champ en surface sinusoïdal sur la frontière (Γ_1). Le calcul est effectué sur plusieurs périodes afin de dépasser la durée du transitoire. L' tat initial correspond à un état désaimanté.

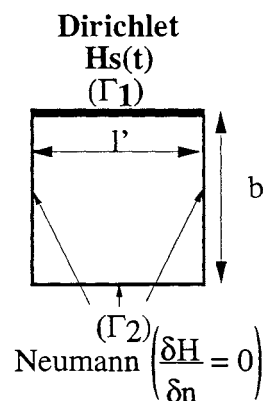


Figure III.7 : Géométrie réduite et conditions aux limites
(pour la tôle N.O. FeV 400-50 HA, $b = 250 \mu\text{m}$, $l' = 300 \mu\text{m}$)

Le maillage approprié est constitué d'éléments rectangulaires (figure III.8) (un dizaine d'éléments a été utilisée ici).

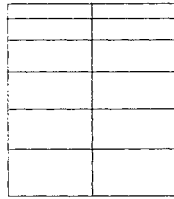


Figure III.8 : Maillage de la géométrie

III.2.7 Calcul des pertes et de l'induction moyenne

Pour une période T et la géométrie de section (S), les pertes par courants de Foucault sont :

$$P_{CF3D} = \frac{1}{T} \int_{(T)} \left(\iint_{(S)} \rho J^2 . dS \right) . dt \quad (III.56)$$

et les pertes par hystérésis :

$$P_{H3D} = \frac{1}{T} \int \int_{(S)} \left(\oint H . dB \right) dS \quad (III.57)$$

Ce qui donne les pertes totales moyennes (en W/kg) :

$$P_T = \frac{1}{d . S} [P_{H3D} + P_{CF3D}] \quad (III.58)$$

où d est la masse volumique de la tôle (kg/m³).

L'induction moyenne sur la section est également calculée pour chaque pas de temps t afin de comparer les cycles $\overline{B}(H_s)$ calculés et expérimentaux.

III.2.8 Remarques pratiques concernant la convergence du problème

La première remarque a trait à l'expression du Jacobien que l'on a effectivement prise en compte en fonction du modèle d'hystérésis choisi (statique ou dynamique).

Nous avons vu comment tenir compte, dans le calcul du Jacobien, du fait que pour le modèle de Preisach dynamique, l'induction dépend de la vitesse de variation du champ (voir expression (III.53)). Dans la pratique, le Jacobien correspondant à la pente de la tangente qui approche les variations du résidu, il est possible de se satisfaire d'une valeur approchée. De ce fait, nous avons estimé que l'on pouvait utiliser dans le cas du modèle de Preisach dynamique la même expression du

Jacobien que celle établie pour le modèle de Preisach statique (expressions (III.45) et (III.46)). Cette expression repose du reste déjà sur une approximation de la perméabilité différentielle.

D'autre part, pour de faibles amplitudes du champ en surface et des fréquences supérieures à la fréquence habituelle de travail, le modèle de Preisach dynamique peut générer des cycles ayant des perméabilités différentielles négatives. Comme nous avons constaté que les changements de signes provoqués dans la matrice jacobienne conduisaient à un mauvais conditionnement de cette matrice, nous avons annulé les termes de perméabilité différentielle lorsqu'ils étaient négatifs. Nous rappelons que l'important pour la convergence de la méthode de Newton-Raphson n'est pas tant le calcul précis de la matrice jacobienne que la diminution effective du résidu et du terme $\varepsilon = \left\| \frac{\Delta H}{H} \right\|$ vers un minimum significatif que l'on s'est fixé (test d'arrêt de la méthode).

La deuxième remarque concerne la convergence du problème pour des champs maximum faibles en surface et des fréquences relativement élevées vis-à-vis de la fréquence de travail habituelle pour les deux versions du modèle de Preisach (statique et dynamique). Pour certains instants de calcul, en effet, le résidu et le terme ε se stabilisent autour d'une certaine valeur, faible, mais qui ne satisfait pas le test d'arrêt. Nous avons alors utilisé des méthodes de relaxation afin d'assurer une convergence correcte du problème. Il a été observé que ces instants correspondaient au phénomène suivant : après que le champ a atteint son maximum (ou minimum), une zone de la section de la tôle voit son champ décroître et l'autre son champ augmenter ; le moment à partir duquel le champ commence de décroître (ou croître) en tout point de la section correspond souvent à cette stabilisation du résidu et de ε . Ce phénomène n'a pas été observé pour une amplitude de champ en surface élevée. Dans ce cas, en effet, le matériau sature ce qui a pour conséquence d'atténuer grandement le transitoire pendant lequel le champ croît dans une partie de la section et diminue dans l'autre.

Une dernière remarque a trait au nombre d'instantanés de calcul requis par période de temps. Il s'agit d'un compromis entre le temps de résolution du problème et la précision désirée pour le calcul des pertes, du champ local et de l'induction moyenne sur la section. Il est clair qu'un pas de temps trop grand peut masquer certaines variations du champ et générer des cycles locaux trop grossiers donc des pertes dues à l'hystérésis imprécises. Par ailleurs, les pertes dues aux courants de Foucault peuvent aussi être mal calculées. Nous avons en effet constaté, pour un grand pas de temps, que le profil moyen du champ dans la section en fonction de la profondeur z à un instant donné était proche du profil que l'on obtenait pour un pas de temps plus faible mais présentait des oscillations. La densité de courant J étant liée aux variations spatiales au champ ($\vec{J} = \vec{\text{Rot}}\vec{H}$), il s'ensuit une surestimation des pertes par courants induits. Nous avons systématiquement vérifié que le nombre d'instantanés de calcul par période de temps correspondait à un optimum, c'est-à-dire que son augmentation n'avait pas de conséquence significative sur les pertes calculées et le cycle $\bar{B}(H_s)$ obtenu.

III.3 TRAITEMENT DU PROBLEME PAR UNE METHODE ANALYTIQUE

Cette étude a été menée en parallèle avec l'étude numérique. Son principe a fait l'objet de [ROU-95c].

Elle considère que le modèle de Preisach dynamique décrit bien le comportement local du matériau avec le paramètre k déterminé avec la méthode du Chapitre II. Cette méthode de caractérisation permettait de décrire le comportement moyen du matériau pour des fréquences inférieures à sa fréquence de travail classique, pour des aimantations moyennes maximum inférieures à 1T et un champ en surface sinusoïdal.

Nous proposons ici une méthode analytique qui, à partir d'hypothèses simplificatrices, et du modèle de Preisach dynamique, permet de calculer le cycle $\bar{B}(H_s)$ pour des fréquences supérieures à la fréquence de travail classique du matériau.

Cette méthode sera testée pour des aimantations moyennes inférieure à 1T puis de l'ordre de 1,5T. Elle sera appliquée à la même tôle N.O. que pour l'étude numérique. Les résultats obtenus sont comparés à l'expérience et au calcul numérique.

III.3.1 Principe général de la méthode

Les fréquences utilisées étant supérieures à la fréquence de travail adaptée à l'épaisseur des tôles (50 Hz ici), on ne peut plus considérer que les grandeurs magnétiques H et B varient peu dans la section droite de la tôle. C'est pourquoi la section de la tôle est discrétisée (figure III.9) pour mieux prendre en compte les variations du champ.

La tôle est supposée semi-infinie donc :

$$H(x,z,t) = H(z,t) \quad (\text{III.59})$$

Le champ en surface est sinusoïdal d'amplitude H_{\max} et de fréquence f :

$$H_s(t) = H_{\max} \cdot \cos(2\pi ft) \quad (\text{III.60})$$

\vec{B} et \vec{H} sont supposés perpendiculaires à la section droite.

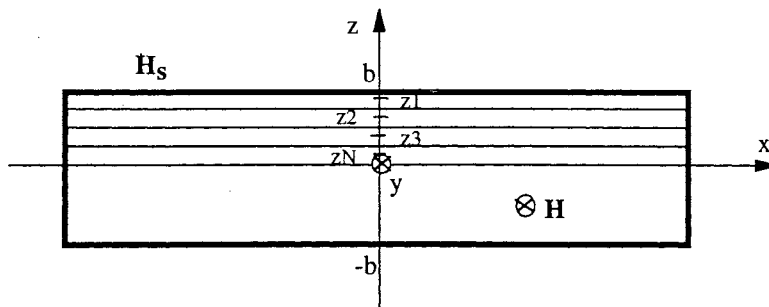


Figure III.9 : Discrétisation de la section droite de la tôle

Le principe général de la méthode consiste à déterminer, dans un premier temps, la répartition du champ $H(z,t)$. Pour cela, des hypothèses simplificatrices sont faites afin de résoudre analytiquement l'équation de la diffusion magnétique. Ensuite, en chaque profondeur z_i de la section discrétisée ($i \in \{1 \dots N\}$), le champ $H(z_i,t)$ est appliqué au modèle de Preisach dynamique. Comme dans le calcul numérique, le contre-champ $H_{ci}(t)$ est dû aux courants induits macroscopiques se développant dans la section de la tôle. Enfin, les inductions $B(z_i,t)$ obtenues permettent de calculer la moyenne de l'induction sur la section de la tôle (figure III.10).

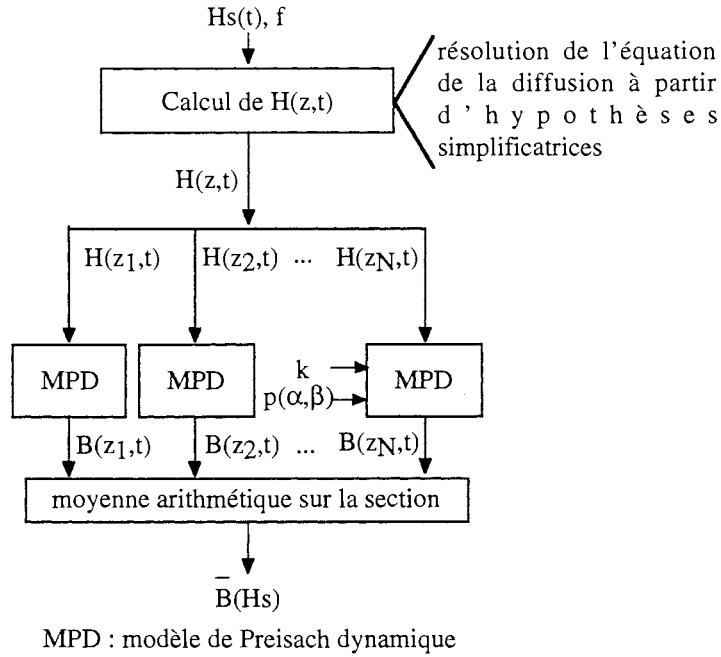


Figure III.10 : Principe général de la méthode

III.3.2 Résolution analytique de l'équation de la diffusion magnétique à partir d'hypothèses simplificatrices

Le problème consiste à résoudre l'équation :

$$\frac{\partial^2 H(z,t)}{\partial z^2} = \sigma \frac{\partial B(z,t)}{\partial t} \quad (\text{III.61})$$

Dans cette équation, B et H sont liés par une relation hystérétique donc non linéaire. La perméabilité différentielle $\frac{\partial B}{\partial H}$ est en particulier fonction du point de la section z et du temps t .

Nous proposons de faire un certain nombre d'hypothèses sur les variations dans l'espace et le temps de cette perméabilité différentielle pour résoudre analytiquement l'équation (III.61).

L'hypothèse fondamentale consiste à considérer que les perméabilités différentielles sont uniformes, donc ne dépendent pas de z , et sont constantes, donc ne dépendent pas du temps t , pour certains intervalles de temps de la période T . De plus, ces perméabilités différentielles sont supposées se déduire du cycle $B_{\text{mod}}(H_s)$ obtenu par le modèle de Preisach dynamique auquel le champ en surface $H_s(t)$ a été appliqué.

Une première approche assimile le cycle $B_{\text{mod}}(H_s)$ à un trapèze. Une deuxième approche décrit plus finement le cycle $B_{\text{mod}}(H_s)$ par une série de portions linéaires.

III.3.2.1 Cas où $B_{\text{mod}}(H_s)$ est assimilé à un trapèze

Le trapèze présente deux caractéristiques distinctes pour la demi-période $[T_0 ; T_2]$ (figure III.11) :

$$\begin{aligned} -\frac{\partial B}{\partial H} &= \mu = \text{cte pour } t \in [T_0 ; T_1] \\ -\frac{\partial B}{\partial H} &= 0 \text{ pour } t \in [T_1 ; T_2] \end{aligned}$$

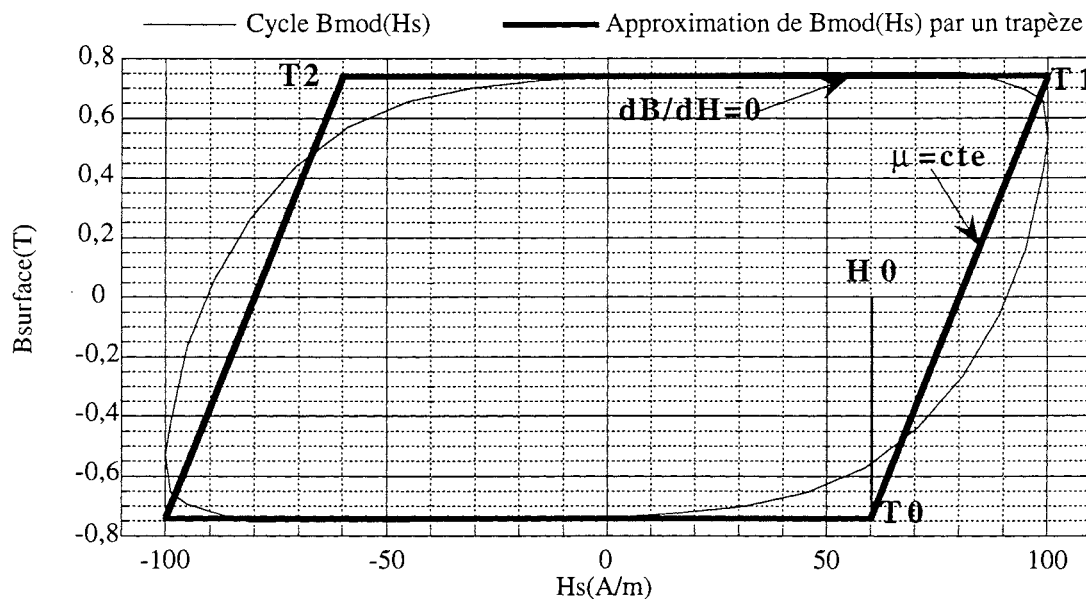


Figure III.11 : Approximation du cycle $B_{\text{mod}}(H_s)$ par un trapèze
(exemple pour : $f=200\text{Hz}$, $k=50$)

Une hypothèse supplémentaire consiste à supposer que la durée pendant laquelle $\frac{\partial B}{\partial H}$ est nulle en surface est suffisamment longue pour que la perméabilité différentielle s'annule peu à peu en tout point z de la section avant l'instant T_2 : ainsi, les courants induits disparaissent progressivement pendant cette durée. Par conséquent, en $t=T_0$, le champ peut être considéré comme uniforme dans la section et égal à H_0 .

* Sur l'intervalle $t \in [T0 ; T1]$, la perméabilité différentielle est alors supposée constante, uniforme dans la section et égale à μ . Le système à résoudre est donc :

$$\frac{\partial^2 H}{\partial z^2} - \sigma \mu \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \quad \text{pour } t \in [T0 ; T1] \quad (\text{III.62})$$

Avec pour conditions initiales :

$$H(z, T0) = H0, \forall z \in [-b ; b] \quad (\text{III.63})$$

Et comme conditions aux limites :

$$H(b, t) = H(-b, t) = Hs(t) \quad (\text{III.64})$$

où b est la demi épaisseur de la tôle.

Ce système se résout en utilisant les Transformées de Laplace pour éliminer la variable temps dans l'équation différentielle. Après calcul, on trouve l'expression suivante pour H :

$$\begin{aligned} H(z, t) = & -\frac{4H0}{\pi} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^i}{2i-1} e^{-A(i)t} \cos [B(i).z] \\ & + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^{i-1} \cdot (2i-1)}{\omega^2 + A^2(i)} \cdot \cos [B(i).z] \cdot \frac{\pi}{\sigma \mu b^2} \\ & [H0 \cdot \{A(i) \cdot [\cos(\omega t) + e^{-A(i)t}] + \omega \cdot \sin(\omega t)\} - H_{max} \cdot \sin(\omega T0) \cdot \\ & \quad \{\omega \cdot [-\cos(\omega t) + e^{-A(i)t}] + A(i) \cdot \sin(\omega t)\}] \end{aligned} \quad (\text{III.65})$$

$$\text{avec : } A(n) = \frac{(2n-1)^2 \cdot \pi^2}{4\sigma \mu b^2} \quad (\text{III.66})$$

$$B(n) = \frac{(2n-1) \pi}{2b} \quad (\text{III.67})$$

$$\omega = 2\pi f t$$

* En $t=T1$, le champ en surface est maximum et $\frac{\partial B}{\partial H}$ s'annule en surface. Progressivement, cette perméabilité différentielle va devenir nulle en tout point z de la section, en partant de la surface vers le centre de la tôle. Quand, en un point z , $\frac{\partial B}{\partial H}$ est nulle, $\frac{\partial B}{\partial H}$ est nulle pour toute la zone située entre z et la surface : de ce fait aucun courant induit n'est généré dans cette zone et $H(z, t)$ est alors égal au champ en surface $Hs(t)$.

Pour un temps t donné de l'intervalle $[T1 ; T2]$, la section est donc divisée en deux zones :

- pour $z \in [0 ; z_l(t)]$, $\frac{\partial B}{\partial H}(z,t) = \mu$
- pour $z \in [z_l(t) ; b]$, $\frac{\partial B}{\partial H}(z,t) = 0$

La frontière $z_l(t)$ entre les deux zones dépend du temps. Il serait possible, en discrétisant l'intervalle de temps $[T1 ; T2]$ de résoudre alors le système :

$$\frac{\partial^2 H}{\partial z^2} - \sigma \mu \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \text{ pour } t \in [t_i ; t_{i+1}] \text{ de } [T1 ; T2] \quad (\text{III.68})$$

Avec comme conditions initiales :

$$H_{ini} = H(z, t_i) \text{ pour } z \in [0 ; z_l(t_i)] \quad (\text{III.69})$$

Et comme conditions aux limites :

$$H(b,t) = H(-b,t) = H[z_l(t_i),t] = H[-z_l(t_i),t] = H_s(t) \quad (\text{III.70})$$

Ce système est lourd et difficile à résoudre sans compter que l'on ne connaît pas l'évolution temporelle de $z_l(t)$. Pour ces raisons, ce transitoire pendant lequel la perméabilité différentielle n'est pas uniforme, est supposé plus simplement régi par la règle suivante :

- tant que $H(z,t) < H_s(t)$ alors $H(z,t)$ suit l'évolution du (III.65).
- dès que $H(z,t) \geq H_s(t)$, $H(z,t) = H_s(t)$.

Dans la réalité, $H(z,t)$ évolue un peu différemment vers $H_s(t)$ que dans notre représentation car nous avons approché, dans notre transitoire, l'effet de l'annulation progressive réelle des courants induits de la surface vers le centre.

* Le reste de la demi-période s'obtient par symétrie.

III.3.2.2 Cas où $B_{mod}(H_s)$ est décrit par des portions linéaires

Une façon de mieux décrire les variations de perméabilité différentielle est de remplacer la perméabilité différentielle μ du trapèze par un ensemble de perméabilités constantes μ_i sur les intervalles de temps $[t_i ; t_{i+1}]$ de $[T0 ; T1]$ ($i \in \{0 ; N\}$ et $H_s(T1) = H_{max}$) (figure III.12).

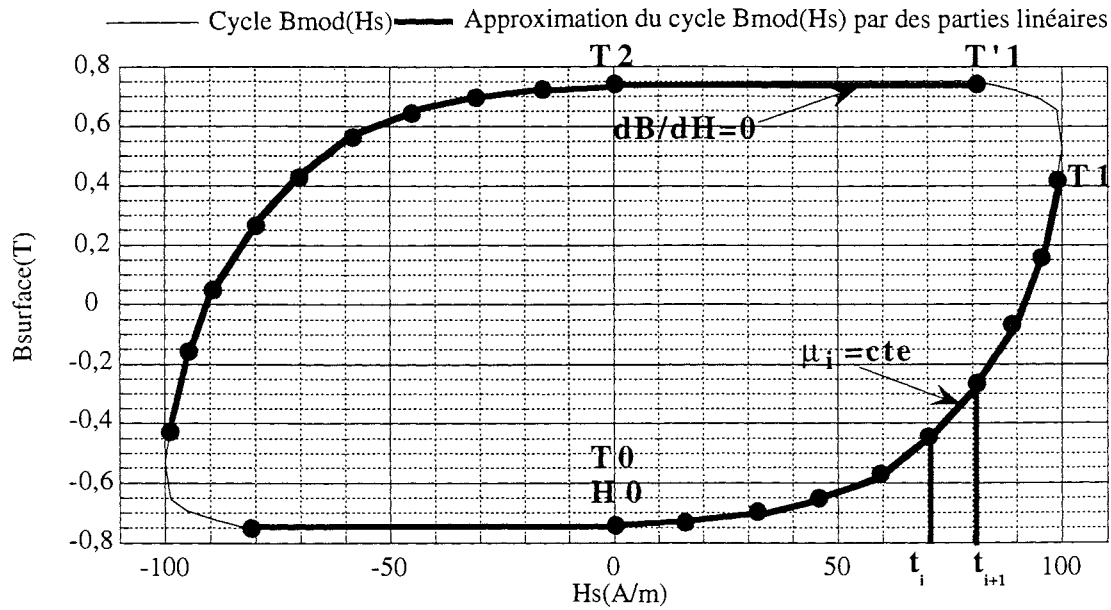


Figure III.12 : Approximation du cycle Bmod (Hs) par des portions linéaires pour $t \in [T0 ; T1]$
(exemple pour : $f=200\text{Hz}$, $k=50$)

Pour l'intervalle de temps $[T1 ; T2]$, on distingue deux allures de cycles Bmod (Hs) générés par le modèle de Preisach dynamique :

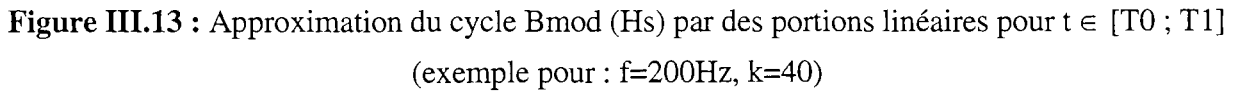
- Le modèle dynamique peut générer des cycles présentant une perméabilité différentielle négative quand $Hs < H_{\max}$ (respectivement quand $Hs > H_{\max}$) (figure III.12). Cette tendance est d'autant plus marquée que la fréquence est grande et le champ maximum en surface est faible. Par conséquent, pour $t \in [T1 ; T'1]$, le cycle Bmod (Hs) présente une perméabilité différentielle négative et en $t = T'1$, $\frac{\partial B}{\partial H}$ s'annule.

Pour les mêmes raisons que celles évoquées au III.3.2.1, on considérera que pour $t \in [T1 ; T2]$, le transitoire pour le champ est géré par les conditions suivantes :

- $H(z,t) = H^{(N)}(z,t)$ où $H^{(N)}(z,t)$ est le champ sur le dernier intervalle de temps $[tN ; tN+1]$ de $[T0 ; T1]$ tant que $H^{(N)}(z,t) < Hs(t)$ (III.71)
- $H(z,t) = Hs(t)$ dès que $H^{(N)}(z,t) \geq Hs(t)$.

- Le modèle dynamique génère également des cycles où $\frac{\partial B}{\partial H}$ n'est jamais négatif. Par conséquent, $T'1 = T1$ et en $t = T1$, $\frac{\partial B}{\partial H}$ s'annule (figure III.13)

Le transitoire à partir de $t = T1$ est toujours décrit par les conditions (III.71).



Ainsi la procédure à suivre est :

Le système à résoudre est donc :

Les conditions aux limites sont inchangées :

117

Cela a pour conséquence de compliquer les calculs en introduisant un second membre dépendant de z dans l'équation utilisant les transformées de Laplace. Pour chaque intervalle de temps $[t_i ; t_{i+1}]$ de $[T_0 ; T_1]$ le champ $H^{(i)}(z,t)$ ($i \in \{0 \dots N\}$) est déterminé (Annexe 3).

* en $t=T_1$, le champ est supposé évoluer comme :

- $H^{(N)}(z,t)$ qui est le champ sur le dernier intervalle de temps $[t_N ; t_{N+1}]$ de $[T_0 ; T_1]$ tant que $H^{(N)}(z,t) < H_s(t)$
- $H_s(t)$ dès que $H^{(N)}(z,t) \geq H_s(t)$

* le reste de la demi-période s'obtient par symétrie.

III.4 RESULTATS

Dans un premier temps, la pertinence des différents modèles d'aimantation est testée. Pour cela, on se propose de comparer les pertes et les cycles $\bar{B}(H_s)$ obtenus par la méthode numérique et l'expérience. Deux niveaux de champ maximum en surface (sinusoïdal) sont considérés : l'un permettant de décrire le comportement du matériau à basse (inférieure à 1T) et haute (de l'ordre de 1,5T) inductions moyennes maximums. La plage de fréquence utilisée est large : de 10 à 500Hz. Elle correspond à des fréquences bien supérieures à la fréquence de travail classique de la tôle (50Hz). Ainsi, les valeurs de k déterminées au chapitre précédent pour le modèle de Preisach dynamique vont être testées pour ces fréquences élevées. Cette étude permet alors de dégager quel est le modèle $B(H)$ le mieux adapté pour décrire le comportement local dans la section du matériau.

Dans un deuxième temps, nous nous intéressons aux résultats de notre approche analytique. Nous commençons tout d'abord par comparer les cycles $\bar{B}(H_s)$ obtenus par la méthode de caractérisation du paramètre k exposée au II.2.3 aux résultats numériques correspondants. Nous montrons ensuite l'incapacité de cette méthode à décrire le comportement moyen du matériau quand on s'éloigne de ses conditions d'application : faible fréquence et surtout, loi $B(H)$ considérée linéaire. Nous en déduisons la nécessité de prendre en compte dans les calculs les variations de perméabilité différentielle dues à l'hystérésis et donc d'adopter le développement analytique présenté au III.3. Les cycles $\bar{B}(H_s)$ obtenus par cette méthode sont comparés aux cycles obtenus par la méthode numérique et l'expérience pour différentes fréquences et niveaux d'induction moyenne maximum.

III.4.1 Caractéristiques de la tôle étudiée

La méthode est appliquée à la tôle N.O. FeV 400-50 HA.

Le modèle de Preisach est donc caractérisé par une méthode de Biorci (voir II.2.2.1) et le paramètre k a été estimé à : $30 \leq k \leq 50$.

La résistivité ρ vaut : $45.10^{-8} \Omega m$.

La masse volumique est : 7650 kg/m^3 .

L'épaisseur e est de 0,5 mm, la largeur l de la tôle est de 30 mm et la largeur l' de l'étude est 0,3 mm.

Le champ en surface est : $H_s(t) = H_{\max} \cdot \sin(2\pi f t)$.

III.4.2 Comparaison expérience / simulation

Pour le matériau considéré, la pertinence des différents modèles d'aimantation est testée sur la base du calcul des pertes et des cycles $\bar{B}(H_s)$ obtenus.

Une première série de tests correspond à un champ en surface maximum H_{\max} de 100 A/m et donc des niveaux d'aimantation maximum \bar{B}_{\max} du cycle $\bar{B}(H_s)$ inférieurs à 1T. Cette aimantation maximum décroît naturellement quand la fréquence augmente. Pour ces niveaux d'aimantation et les fréquences considérées, le paramètre k du modèle de Preisach dynamique optimum permettant de décrire le plus précisément possible le comportement moyen du matériau est déterminé. Le paramètre k ne dépendant pas du niveau d'aimantation, sa valeur optimum est utilisée pour une seconde série de tests.

Cette seconde série de tests concerne un niveau d'aimantation plus élevé avec un champ H_{\max} de 1500A/m permettant d'obtenir $\bar{B}_{\max} = 1,51T$ à 50Hz.

III.4.2.1 Niveaux d'aimantation inférieurs à 1T ($H_{\max} = 100A/m$)

a. Calcul des pertes

Le tableau III.1 résume l'ensemble des résultats.

Pour ces niveaux d'aimantation, la loi anhystérétique est choisie linéaire. On choisit d'utiliser la perméabilité μ calculée à partir de la pente moyenne associée au cycle $\bar{B}(H_s)$ expérimental (figure III.14).

Comme on pouvait s'y attendre, la loi anhystérétique donne des résultats globalement mauvais : une erreur relative par rapport à l'expérience supérieure à 80% est obtenue pour des fréquences inférieures à 50 Hz et vaut 52% à 500 Hz. La décroissance de cette erreur relative avec la fréquence s'explique par la proportionnalité de ces pertes avec le carré de la fréquence et par l'importance croissante des courants induits avec la fréquence.

Fréquence (Hz)	Expérience Pertes (W/kg)	Loi anhystérétique linéaire					Modèle de Preisach statique				Modèle de Preisach dynamique				
		μ (10^{-3}Hm^{-1})	δ (μm)	PCF (W/kg)	P_t (W/kg)	ε (%)	Phys (W/kg)	PCF (W/kg)	P_t (W/kg)	ε (%)	k	Phys (W/kg)	PCF (W/kg)	P_t (W/kg)	ε (%)
10	0,245	9,2	1247	0,01	0,01	96	0,185	0,027	0,212	14	30	0,247	0,032	0,279	14
											40	0,241	0,032	0,273	12
											50	0,235	0,04	0,275	12
20	0,564	9,2	882	0,04	0,04	93	0,37	0,094	0,464	18	30	0,536	0,076	0,612	9
											40	0,513	0,079	0,592	5
											50	0,5	0,08	0,58	3
50	1,57	9,2	558	0,24	0,24	85	0,92	0,48	1,4	11	30	1,3	0,27	1,57	0,6
											40	1,297	0,293	1,59	1
											50	1,28	0,33	1,61	3
100	2,504	7	452	0,55	0,55	78	1,7	1,23	2,93	17	30	2,13	0,52	2,65	6
											40	2,18	0,63	2,81	12
											50	2,17	0,67	2,84	14
200	3,5	4,4	403	0,84	0,84	76	2,54	2,49	5,03	44	30	2,78	0,72	3,5	0
											40	3	0,88	3,88	11
											50	3,12	1,03	4,15	20
500	4,62	3,1	304	2,21	2,21	52	3,8	4,8	8,6	86	30	2,97	0,85	3,82	17
											40	3,44	1,07	4,51	2
											50	3,82	1,34	5,16	12

Tableau III.1 : Comparaison des pertes obtenues pour différents modèles de loi d'aimantation avec l'expérience pour un champ en surface sinusoïdal ($H_{\text{max}} = 100 \text{A/m}$)
(ε : erreur relative par rapport à l'expérience)

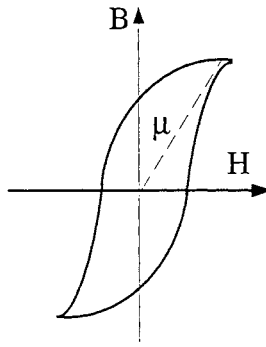


Figure III.14 : Détermination de μ pour la loi anhystérétique linéaire

Le modèle de Preisach statique permet d'obtenir les pertes réelles à moins de 18% pour des fréquences inférieures à la fréquence de travail habituelle (50Hz).

Au-delà de cette fréquence, les pertes calculées sont beaucoup trop grandes par rapport à l'expérience (à 200 Hz, l'erreur relative est de 44%). La raison est que l'effet d'amortissement des courants induits locaux sur le mouvement des parois avec la fréquence n'est pas pris en compte dans ce modèle. En particulier, les cycles d'hystérésis statiques obtenus présentent presque toujours des perméabilités différentielles plus grandes que dans le cas du modèle de Preisach dynamique. De ce fait, les courants induits macroscopiques générés sont supérieurs dans le cas quasi statique. La comparaison entre les pertes par courants de Foucault P_{CF} obtenues par les deux modèles pour une même fréquence supérieure à 50Hz montre que ces pertes sont presque toujours plus de deux fois plus importantes dans le cas d'utilisation du modèle de Preisach statique que dans le cas du modèle dynamique, quel que soit le paramètre k utilisé. En revanche, la comparaison des pertes dues à l'hystérésis Phys ne permet pas de faire une telle constatation. Ces pertes sont sensiblement du même ordre quel que soit le modèle hystérétique retenu. En effet, si le modèle dynamique produit des cycles locaux avec des aimantations maximums plus faibles que dans le cas quasi statique, il a aussi pour effet de diminuer la majeure partie du temps la perméabilité différentielle des cycles donc de dilater ces cycles. En fin de compte, il est difficile de prévoir réellement l'effet de l'utilisation du modèle dynamique de Preisach sur les pertes Phys. Il semblerait qu'elles ne soient pas fondamentalement modifiées par rapport au cas quasi statique. En revanche, l'effet sur les courants induits macroscopiques générés est déterminant et permet au modèle dynamique de mieux approcher les pertes.

En raison de la caractérisation menée au Chapitre II, trois valeurs du paramètre k ont été utilisées : 30, 40, 50 .

Pour des fréquences supérieures à la fréquence de travail classique (100, 200 et 500Hz), les pertes obtenues avec ces valeurs de k sont globalement assez correctes (moins de 20% d'erreur relative par rapport à l'expérience). Le paramètre k qui permet de calculer le plus précisément les pertes est celui de 40 et correspond à une erreur relative inférieure à 12%.

On peut en conclure que notre méthode de caractérisation du paramètre k a permis d'établir une bonne plage de variation de ce paramètre.

Pour les fréquences inférieures à la fréquence de travail (10 et 20Hz), les trois valeurs du paramètre k donnent quasiment les mêmes pertes. En effet, pour ces fréquences, l'effet d'amortissement des parois est faible. Les pertes calculées avec le modèle dynamique sont tout de même meilleures que pour le modèle statique (14% à 10Hz et 9% à 20Hz d'erreur relative par rapport à l'expérience).

b. Cycles $\bar{B}(Hs)$

L'étude des cycles $\bar{B}(Hs)$ donne une indication encore plus précise que celle apportée par les pertes sur la capacité des différents modèles à bien représenter le comportement du matériau. La loi anhystérétique ayant donné de mauvais résultats pour les pertes, nous n'étudierons ici que les modèles de Preisach statique et dynamique.

Les cycles obtenus par simulation en régime permanent présentent une légère composante continue d'aimantation (quelques dizaines de mT) pour des fréquences supérieures à 100 Hz. L'importance relative de cette composante est d'autant plus grande que la fréquence augmente et semble un peu plus marquée à une fréquence donnée quand le modèle de Preisach dynamique est employé.

L'observation du transitoire du champ en plusieurs points de la section permet d'imputer cette composante continue au fait que le premier maximum du champ en ces points est plus grand que la valeur absolue des extrêma suivants du champ. Ces extrêma tendent du reste rapidement vers les extrêma du régime permanent (figures III.15 et III.16). On remarque les oscillations du champ sur la figure III.15 qui sont liées à l'utilisation d'un paramètre θ de 0,5 : un paramètre θ de 1 permet d'avoir des courbes lissées, sans oscillations.

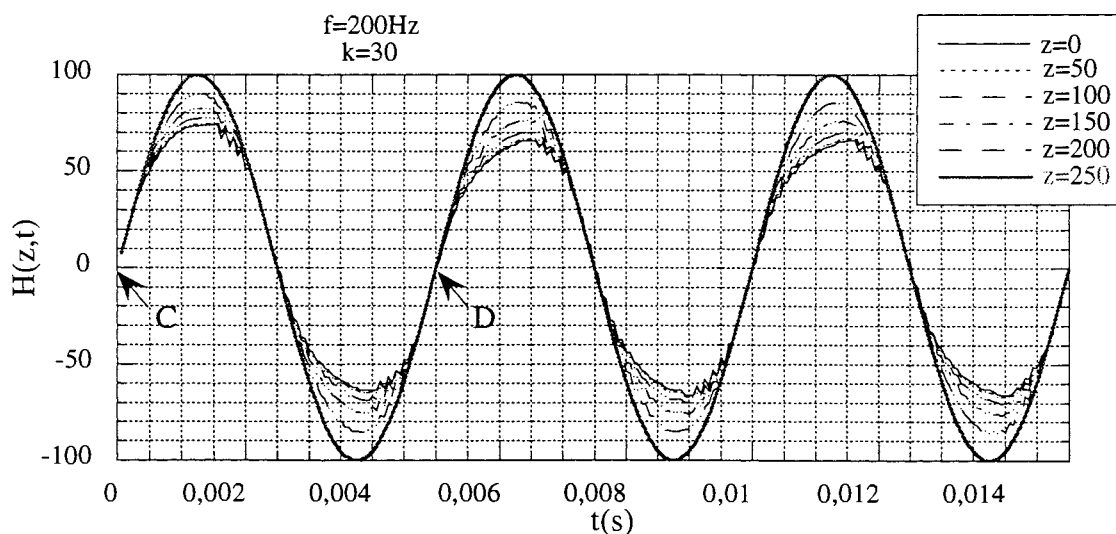


Figure III.15 : Evolution du champ en fonction du temps en six points z de la section (en μm) de même abscisse x . $f = 200\text{Hz}$, $k = 30$.

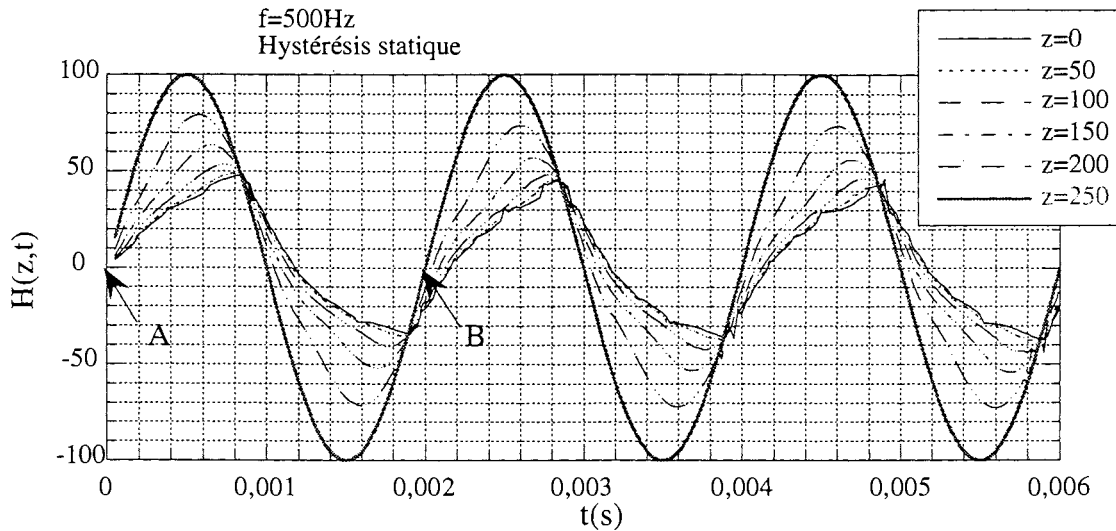


Figure III.16 : Evolution du champ en fonction du temps en six points z de la section (en μm) de même abscisse x . $f = 500\text{Hz}$, modèle de Preisach statique.

Ce transitoire peut s'expliquer par l'étude des perméabilités différentielles que présente le matériau lorsqu'il décrit sa courbe de première aimantation (ou son équivalent pour le modèle dynamique) et son cycle en régime permanent. L'observation des cycles locaux obtenus pour les deux versions du modèle de Preisach permet d'en donner une description schématique (figure III.17).

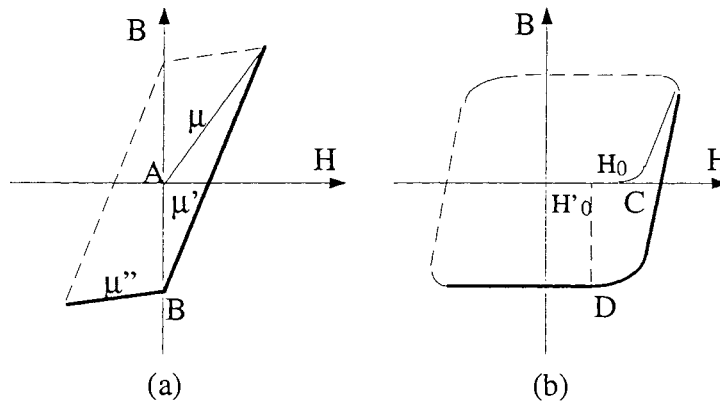


Figure III.17 : Représentation schématique des variations de perméabilité différentielle associées à la courbe de première aimantation et au cycle en régime permanent
(a) Cas du modèle de Preisach statique (b) Cas du modèle de Preisach dynamique

Dans le cas du modèle statique, cette perméabilité différentielle peut être considérée constante (μ) lorsque la courbe de première aimantation est décrite et est plus grande (μ') quand le cycle du régime permanent est décrit (figure III.17(a)). Quand l'état initial est désaimanté, le champ H est nul uniformément (point A). Lorsque la fréquence est faible et la perméabilité différentielle μ'' aussi, on peut considérer H quasiment homogène et nul quand $H_s = 0$ (point B). μ' étant plus élevée que μ , davantage de courants induits sont générés, ce qui explique une plus grande atténuation du champ en régime permanent que lorsque la courbe de première aimantation est décrite (figure III.18). Quand la fréquence augmente, H est de moins en moins homogène lorsque le champ en surface est nul

(point B) et le phénomène précédemment décrit est amplifié : les champs maximum atteints sont encore plus faibles en régime permanent (figure III.16).

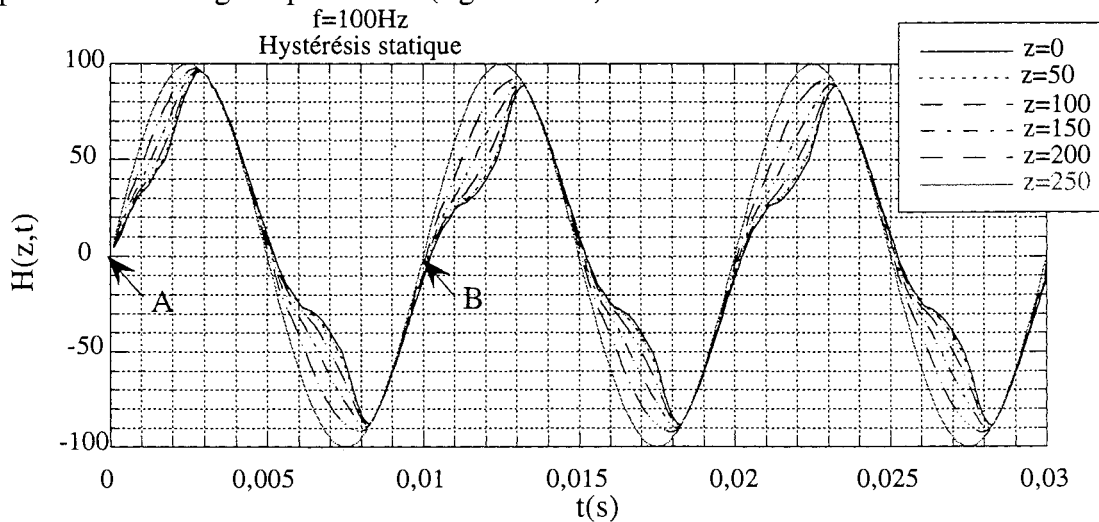
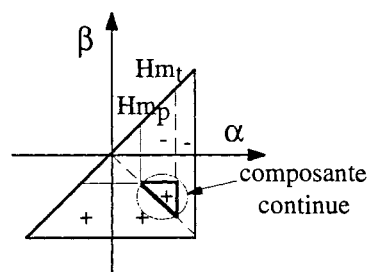


Figure III.18 : Evolution du champ en fonction du temps en six points z de la section (en μm) de même abscisse x . $f = 100\text{Hz}$, modèle de Preisach statique.

Dans le cas du modèle de Preisach dynamique, la courbe de première aimantation présente une pente initiale très faible puis elle varie brutalement. La partie du cycle permanent pour $H > 0$ présente également la même allure mais le champ H_0' à partir duquel la perméabilité différentielle augmente considérablement (point D) est inférieur au champ H_0 correspondant pour la courbe de première aimantation (point C) (figure III.17(b)). Par conséquent, le champ reste homogène plus longtemps quand la courbe de première aimantation est décrite. Par ailleurs, la perméabilité différentielle étant plus forte et appliquée plus longtemps pour le cycle en régime permanent, les courants induits générés sont plus forts et les extrêma de champ atteints sont plus faibles que ceux atteints lorsque le matériau décrit la courbe de première aimantation (figure III.15).

Cette dissymétrie sur les extrêma du champ génère donc une composante continue d'aimantation comme l'illustre l'interprétation géométrique du plan de Preisach pour le modèle statique (figure III.19).



H_{mp} : champ maximum du régime permanent
 H_{mt} : premier extrêmu du champ généré par le transitoire

Figure III.19 : Interprétation géométrique du plan de Preisach (pour le modèle statique) expliquant l'origine de la composante continue d'aimantation.

Dans le cas expérimental, l'amplitude du champ appliqué en surface est augmentée progressivement jusqu'à H_{max} de sorte que le régime transitoire généré est différent. Pour cette raison, aucune composante continue n'est détectée.

Les cycles $\bar{B}(H_s)$ présentés ici correspondent au cas où on a retranché la composante continue. Etudions les fréquences de 50, 100, 200 et 500 Hz (figures III.20 à III.23).

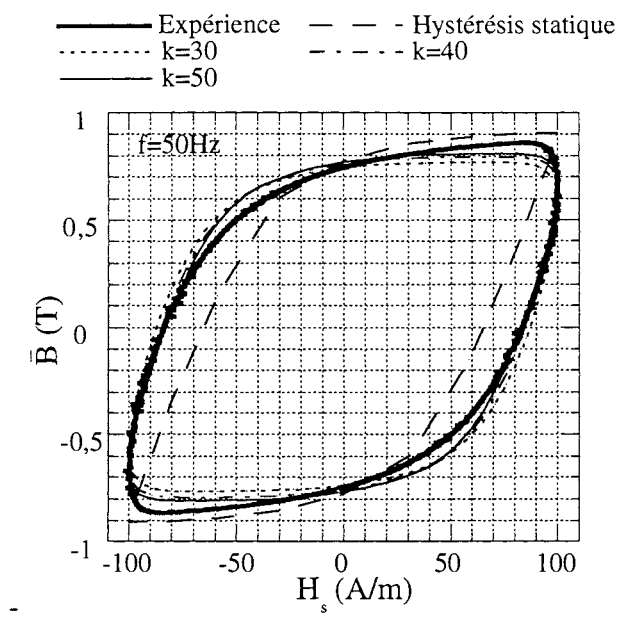


Figure III.20 : Cycle $\bar{B}(H_s)$ pour $f = 50\text{Hz}$.

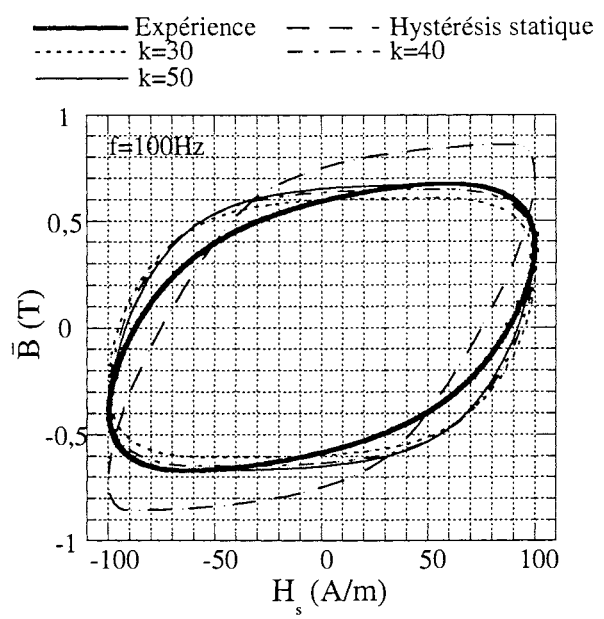


Figure III.21 : Cycle $\bar{B}(H_s)$ pour $f = 100\text{Hz}$.

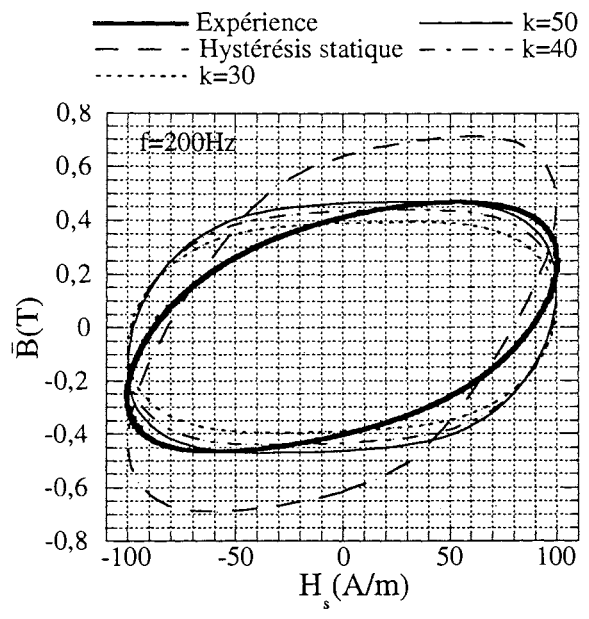


Figure III.22 : Cycle $\bar{B}(H_s)$ pour $f = 200\text{Hz}$.

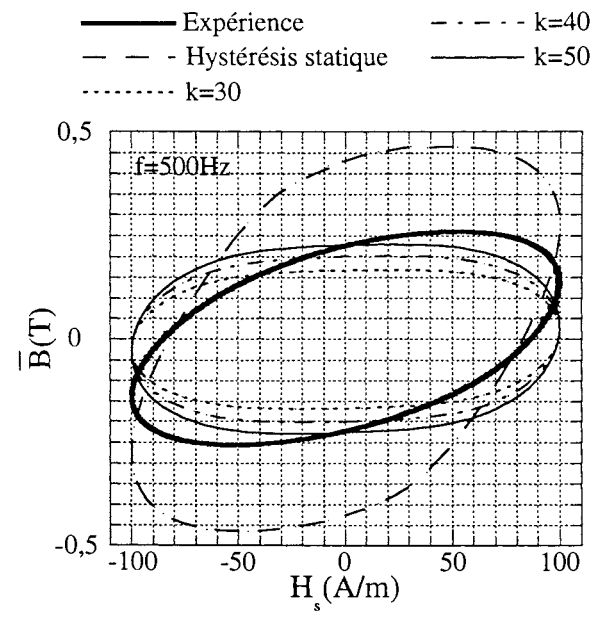


Figure III.23 : Cycle $\bar{B}(H_s)$ pour $f = 500\text{Hz}$.

Le modèle de Preisach statique donne des cycles très différents des cycles expérimentaux comme le laissait prévoir l'étude des pertes. Le modèle de Preisach dynamique ne permet pas de décrire exactement les cycles expérimentaux. On remarque en particulier que les cycles calculés prennent de plus en plus la forme d'ellipses dont le grand axe tendrait plus rapidement vers l'axe des champs que les cycles expérimentaux quand la fréquence augmente (figure III.23).

Cependant, le modèle de Preisach dynamique est le modèle qui permet le mieux de décrire l'aimantation moyenne du matériau.

Pour des fréquences inférieures à 50 Hz (20 et 10 Hz), le modèle de Preisach dynamique donne également une bonne description du comportement magnétique moyen (figures III.24 et III.25).

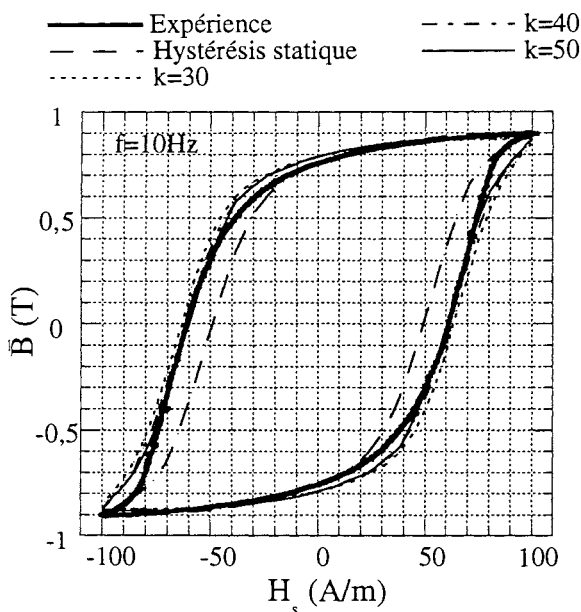


Figure III.24 : Cycle $\bar{B}(H_s)$ pour $f = 10\text{Hz}$.

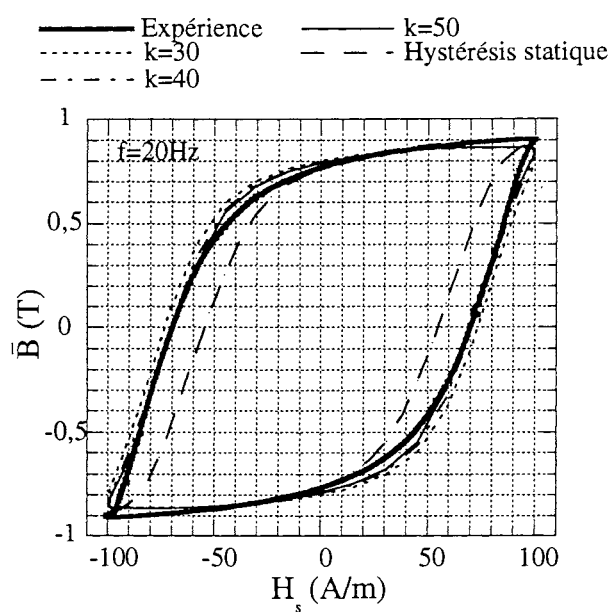


Figure III.25 : Cycle $\bar{B}(H_s)$ pour $f = 20\text{Hz}$.

c. Conclusion

Pour des niveaux d'aimantation moyenne maximum inférieurs à 1T, une loi anhystérétique linéaire est à proscrire. Le modèle de Preisach statique est également loin d'être satisfaisant surtout pour des fréquences supérieures à la fréquence de travail classique de la tôle (50Hz). Le modèle de Preisach dynamique permet d'approcher le plus précisément les pertes. Pour ce modèle, l'ordre de grandeur du paramètre k déterminé par notre méthode de caractérisation est validé pour des fréquences supérieures à 50Hz. Les cycles $\bar{B}(H_s)$ obtenus diffèrent cependant des cycles expérimentaux de façon assez sensible quand la fréquence augmente.

Fréquence (Hz)	Expérience	Modèle de Preisach statique				Modèle de Preisach dynamique				
	Pertes (W/kg)	Phys (W/kg)	PCF (W/kg)	P _t (W/kg)	ε (%)	k	Phys (W/kg)	PCF (W/kg)	P _t (W/kg)	ε (%)
10	1,175	0,567	0,361	0,928	21	40	1,03	0,305	1,335	14
20	2,935	1,136	1,143	2,279	22	40	2,433	0,815	3,248	11
50	10,87	2,84	5,12	7,96	27	40	7,86	4,38	12,24	13
100	29,66	5,67	15,73	21,40	28	40	19,54	11,11	30,65	3
200	80,97	11,32	47,55	58,87	27	40	49,27	39,46	88,73	10
500	246,1	28	161,3	189,3	23	40	146,3	135,5	281,8	14,5

Tableau III.2 : Comparaison des pertes obtenues pour différents modèles de loi d'aimantation avec l'expérience pour un champ en surface sinusoïdal ($H_{\max} = 1500 \text{ A/m}$)
(ε : erreur relative par rapport à l'expérience)

III.4.2.2 Niveaux d'aimantation supérieurs à 1T ($H_{\max} = 1500 \text{ A/m}$)

Nous nous intéressons dans ce cas uniquement aux résultats donnés par les modèles de Preisach statique et dynamique, avec $k = 40$.

a. Calcul des pertes

Le tableau III.2 résume l'ensemble des résultats.

A haute comme à basse induction, le modèle de Preisach dynamique permet de calculer les pertes avec la plus petite erreur relative par rapport à l'expérience (inférieure à 14,5%). Le modèle statique sous-estime systématiquement les pertes de 25% par rapport à l'expérience.

Pour ces niveaux d'induction moyenne maximum atteints, les perméabilités différentielles présentées par les cycles générés par les modèles de Preisach statique et dynamique sont sensiblement identiques, ce qui explique que les pertes par courants de Foucault PCF soient du même ordre de grandeur pour les deux modèles. En revanche, les pertes dues à l'hystérésis Phys sont plus de deux fois plus importantes dans le cas dynamique que dans le cas statique : c'est donc que pour ces variations de champ, le paramètre k a surtout une influence décisive sur l'augmentation du champ coercitif du cycle $\bar{B}(H_s)$ obtenu comme nous allons le constater dans le paragraphe suivant.

b. Cycles $\bar{B}(H_s)$

L'étude des cycles $\bar{B}(H_s)$ confirme ce que l'étude des pertes montrait déjà : les cycles obtenus par le modèle de Preisach statique sont toujours plus fins que ceux obtenus par le modèle de Preisach dynamique (figures III.26 à 31).

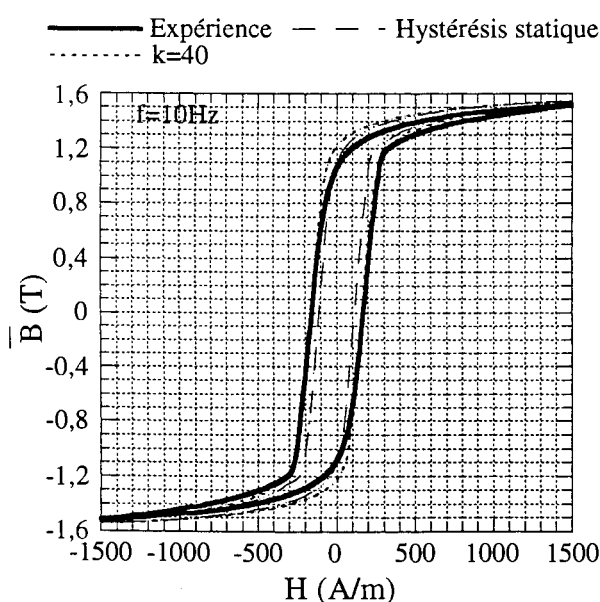


Figure III.26 : Cycle $\bar{B}(H_s)$ pour $f = 10 \text{ Hz}$.

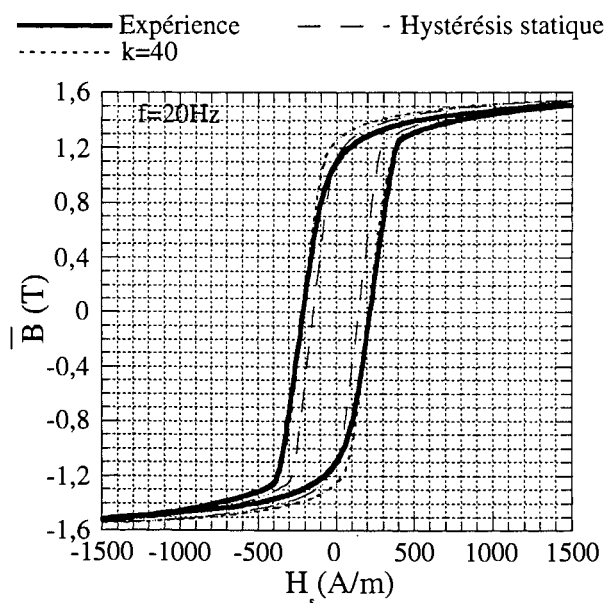


Figure III.27 : Cycle $\bar{B}(H_s)$ pour $f = 20 \text{ Hz}$.

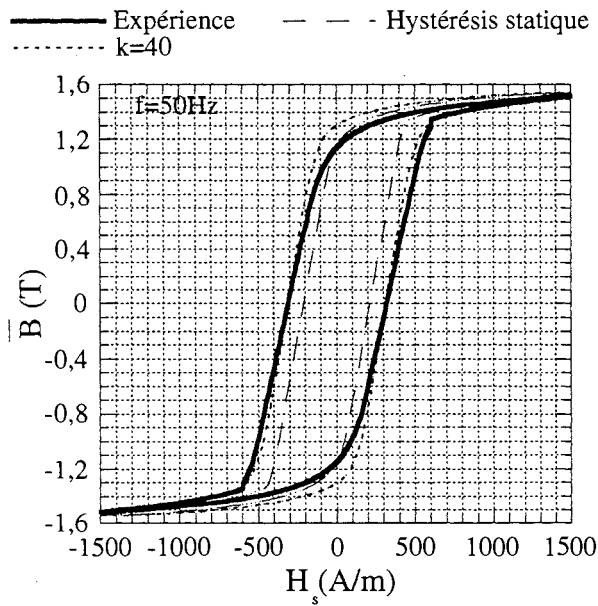


Figure III.28 : Cycle $\bar{B}(H_s)$ pour $f = 50\text{Hz}$.

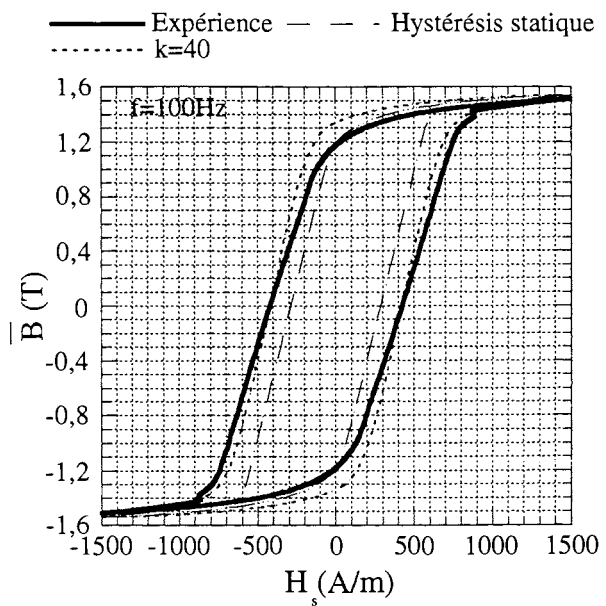


Figure III.29 : Cycle $\bar{B}(H_s)$ pour $f = 100\text{Hz}$.

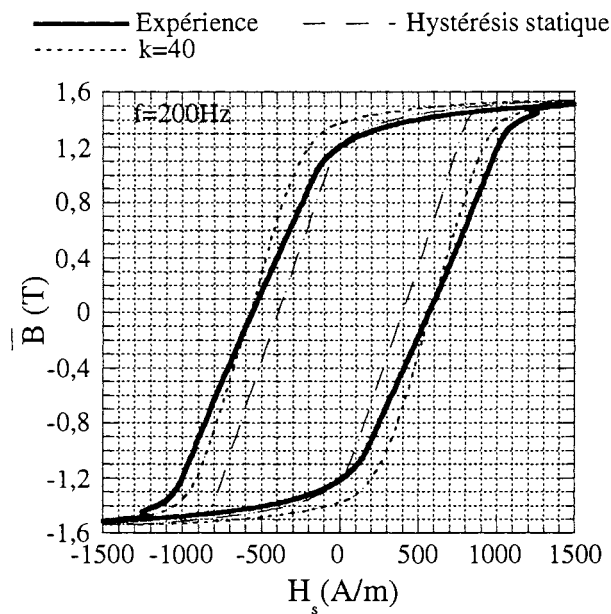


Figure III.30 : Cycle $\bar{B}(H_s)$ pour $f = 200\text{Hz}$.

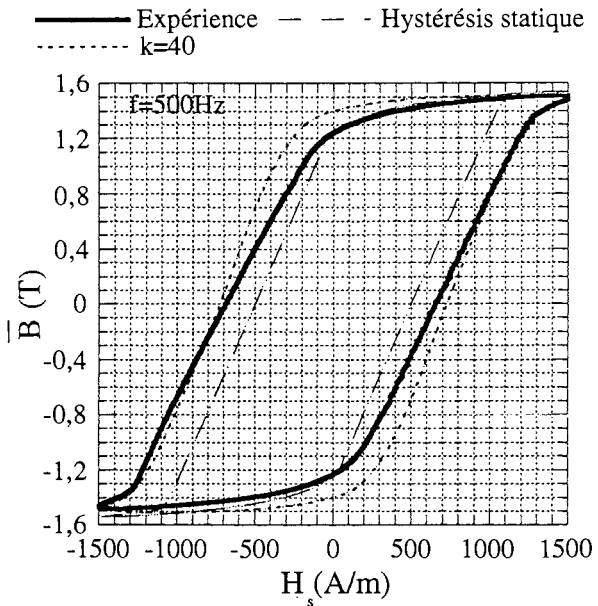


Figure III.31 : Cycle $\bar{B}(H_s)$ pour $f = 500\text{Hz}$.

Pour la fréquence de 500Hz, le signal $H_s(t)$ n'est pas sinusoïdal car les amplificateurs de courant utilisés se trouvaient en limite de puissance. Nous avons approché les variations de ce signal par des triangles pour nos simulations (figure III.32). L'idéal aurait été d'utiliser la décomposition en série de Fourier de $H_s(t)$ pour rendre compte de ses variations plus précisément. Avec une approximation en triangle, les pertes trouvées par le calcul sont sans doute quelque peu surestimées.

De même que lorsque l'amplitude du champ en surface est plus faible, le comportement magnétique $\bar{B}(H_s)$ décrit par le modèle de Preisach dynamique est très satisfaisant mais ne suit pas de façon rigoureuse le comportement expérimental.

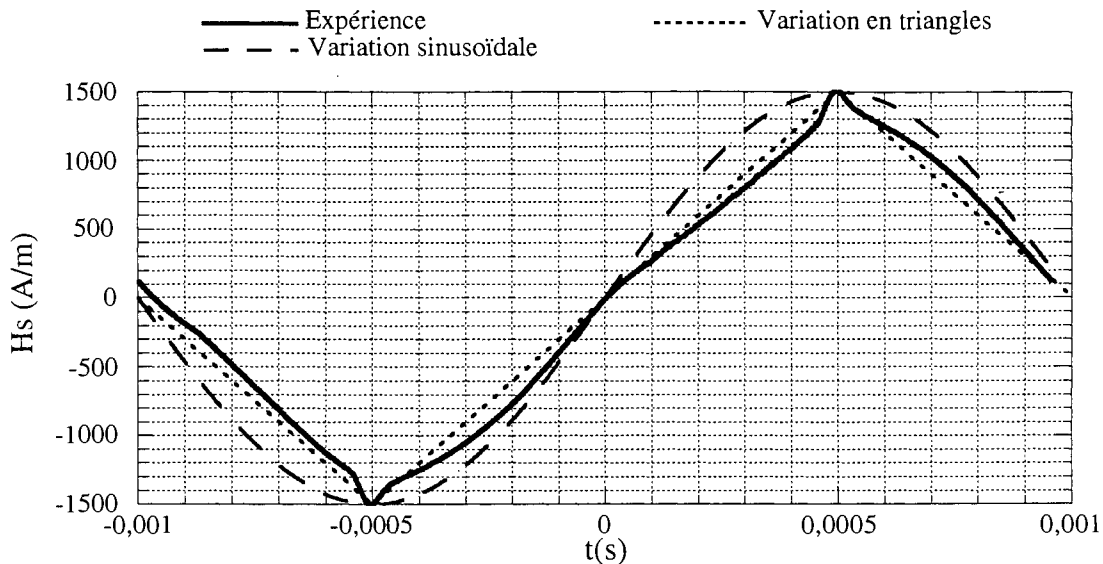


Figure III.32 : Champ en surface expérimental à 500Hz.

c. Conclusion

Le modèle de Preisach dynamique est le meilleur modèle pour décrire le plus précisément possible les pertes (erreur relative par rapport à l'expérience inférieure à 14,5%) et les cycles $\bar{B}(H_s)$ expérimentaux. Le modèle de Preisach statique, ne prenant pas en compte la dynamique des parois, ne parvient pas à représenter correctement le comportement du matériau, même pour des fréquences relativement faibles (10Hz).

III.4.3 Approche analytique : résultats et comparaisons

Avant de nous intéresser aux résultats de la méthode analytique proposée au III.3, nous comparons les cycles $\bar{B}(H_s)$ que nous avons obtenus par la méthode de caractérisation du paramètre k (voir II.2.3) aux cycles obtenus par la méthode numérique pour des fréquences faibles.

III.4.3.1 Comparaison de la méthode analytique de détermination du paramètre k (basses fréquences) avec le calcul numérique

La comparaison entre la méthode "analytique" utilisée au chapitre II (caractérisation du paramètre k) et la méthode numérique, pour des valeurs de k de 30 et 50, montre que notre méthode analytique est aussi satisfaisante pour représenter l'aimantation moyenne du matériau (figures III.33 à 36).

Cette méthode "analytique" correspondait aux conditions d'application suivantes :

- champ maximum en surface suffisamment faible pour ne pas provoquer la saturation du matériau et décrire la loi $B(H)$ du matériau par une loi linéaire.
- fréquences de travail faibles. Cela permet de considérer d'une part que les variations spatiales du champ $H(z,t)$ sont faibles et que la moyenne arithmétique \bar{H} sur la section peut être appliquée au modèle de Preisach dynamique. D'autre part, les variations de perméabilité différentielle dues à

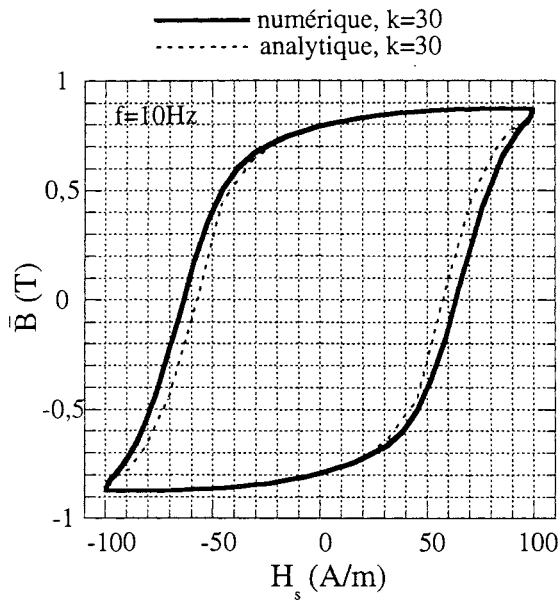


Figure III.33 : Cycle $\bar{B}(H_s)$ pour $f = 10\text{Hz}$.

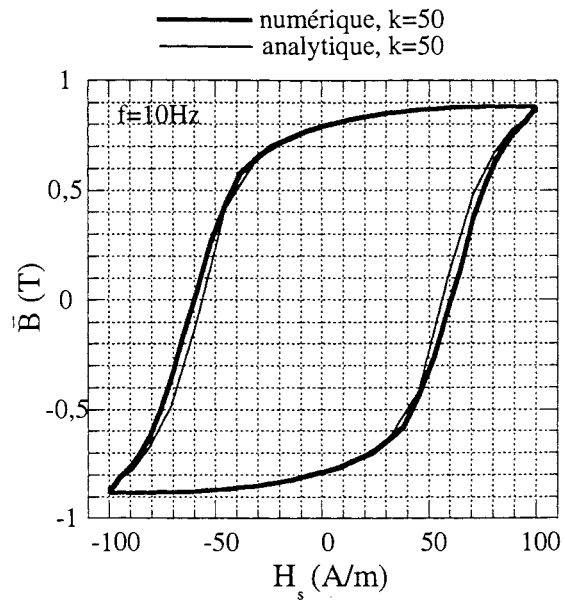


Figure III.34 : Cycle $\bar{B}(H_s)$ pour $f = 10\text{Hz}$.

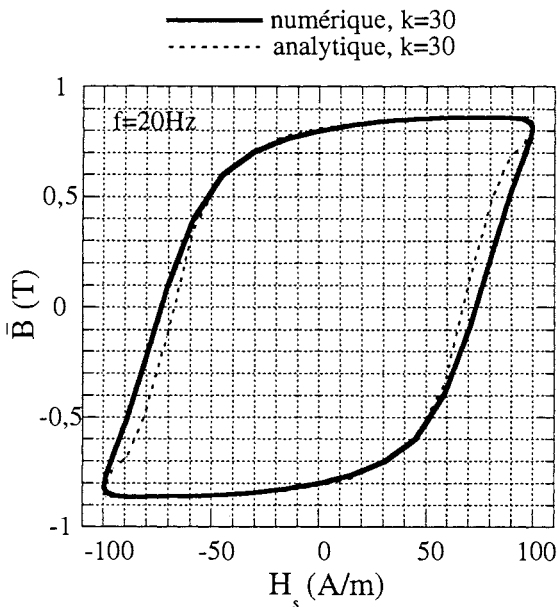


Figure III.35 : Cycle $\bar{B}(H_s)$ pour $f = 20\text{Hz}$.

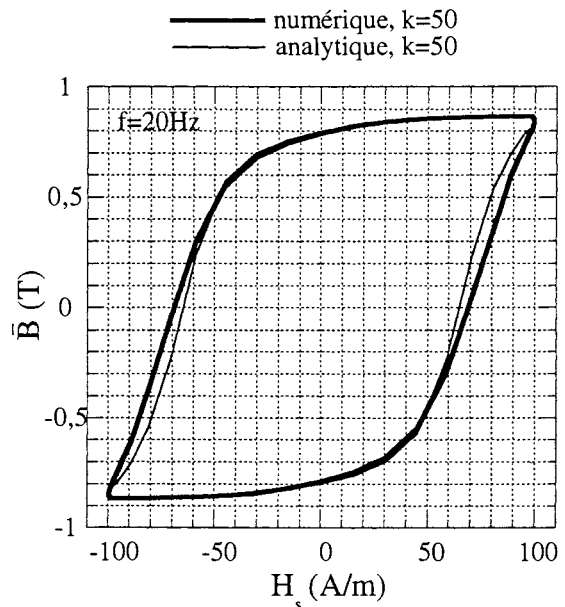


Figure III.36 : Cycle $\bar{B}(H_s)$ pour $f = 20\text{Hz}$.

l'hystérésis peuvent également être négligées pour ces fréquences, ce qui est un argument de plus pour approcher la loi d'aimantation par une loi linéaire.

Pour appliquer cette méthode à des fréquences plus élevées, la section de la tôle doit être nécessairement discrétisée. Le champ maximum en surface est encore choisi faible pour ne pas saturer le matériau. Supposons toujours que la loi d'aimantation peut être représentée par une loi linéaire : $H(z,t)$ est donc calculée par l'expression classique (II.93). Les inductions locales $B(z,t)$ obtenues par le modèle de Preisach dynamique permettent de calculer \bar{B} . Cela revient donc à utiliser la méthode analytique proposée au III.3 en négligeant les variations de perméabilité différentielle dues à l'hystérésis.

III.4.3.2 Mise en défaut de la méthode "analytique" précédente négligeant l'hystérésis à haute fréquence

La méthode proposée précédemment est appliquée pour $H_{\max} = 100 \text{ A/m}$, $f = 200 \text{ Hz}$, $k = 50$ et $\mu = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Hm}^{-1}$ (déduite de la pente moyenne du cycle $B_{\text{mod}}(H_s)$ donné par le modèle de Preisach dynamique quand $H_s(t)$ est appliqué en entrée et avec $k = 50$).

La méthode proposée ne permet pas de décrire correctement les courants induits générés dans la section donc la bonne évolution du champ $H(z,t)$ (figure III.37). Ces courants induits étant liés aux variations de perméabilité différentielle des cycles locaux $B(H)$ de la section, c'est donc qu'une loi $B(H)$ linéaire n'est pas adaptée pour représenter ces variations de perméabilité différentielle dues à l'hystérésis. L'hystérésis doit être absolument pris en compte si l'on veut obtenir la bonne évolution du champ $H(z,t)$. Utilisons donc la méthode exposée au III.3.

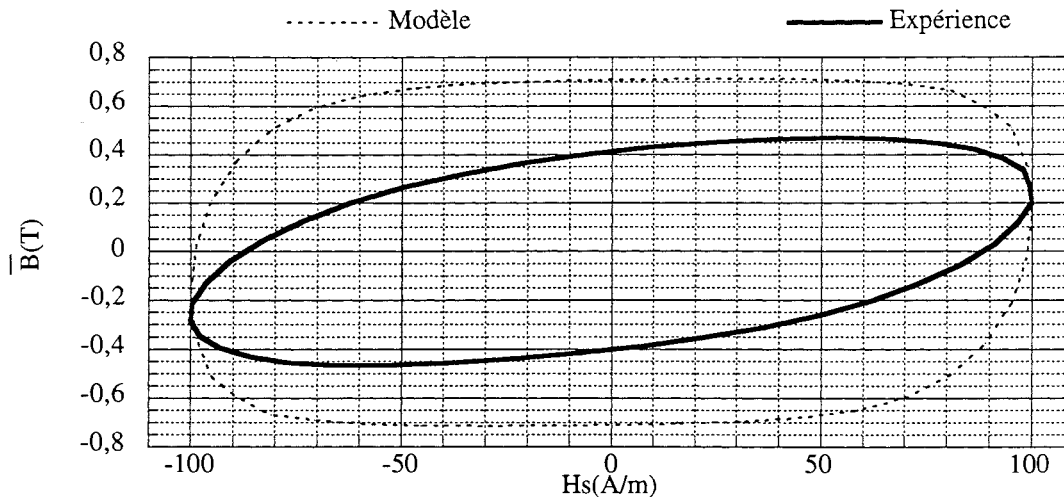


Figure III.37 : Cycle $\bar{B}(H_s)$ pour $f = 200 \text{ Hz}$, $k = 50$ et $\mu = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Hm}^{-1}$.

III.4.3.3 Résultats de la méthode analytique

Cette étude est proposée dans [ROU-95d].

La méthode analytique du III.3 a été utilisée pour la fréquence de 200Hz pour les deux descriptions du cycle $B_{\text{mod}}(H_s)$: approximation en trapèze ou par une série de portions linéaires (k est fixé à 50). La figure III.38 montre que la décomposition de la perméabilité différentielle μ du trapèze par un ensemble de perméabilités constantes μ_i permet de mieux décrire l'aimantation moyenne du matériau.

A partir de ce constat (attendu), la méthode approchant le cycle $B_{\text{mod}}(H_s)$ par une série de portions linéaires a été appliquée à 100Hz et 500Hz pour $H_{\max} = 100 \text{ A/m}$. Les cycles obtenus pour les trois fréquences (100, 200 et 500Hz) sont comparés aux résultats de la méthode numérique (figures III.39 à III.41). Cette méthode numérique est celle qui doit donner le calcul le plus précis des grandeurs magnétiques car c'est celle qui repose sur le moins d'hypothèses simplificatrices. La précision obtenue est très satisfaisante et confirme la validité des hypothèses effectuées concernant les variations de perméabilité différentielle dues à l'hystérésis.

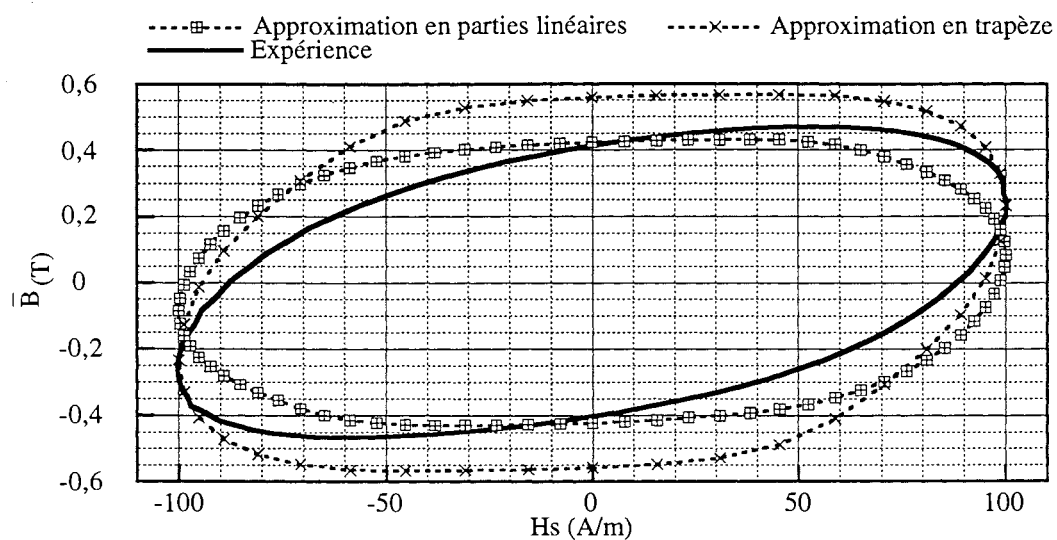


Figure III.38 : Cycle $\bar{B}(H_s)$ obtenus par la méthode analytique pour $f = 200\text{Hz}$ ($k=50$).

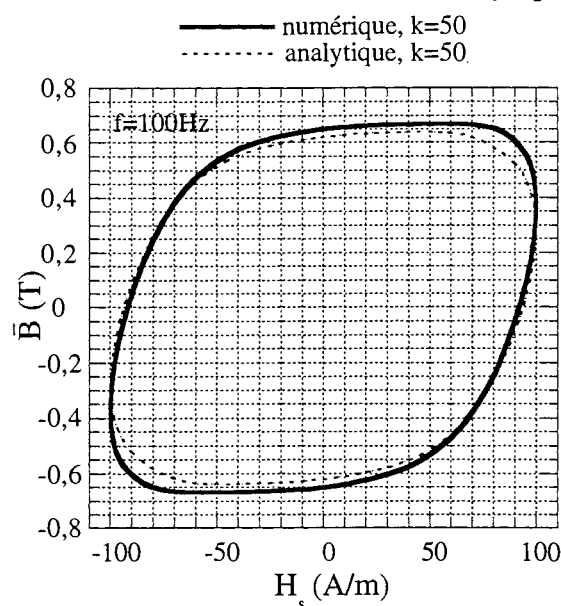


Figure III.39 : Cycle $\bar{B}(H_s)$ pour $f = 100\text{Hz}$.

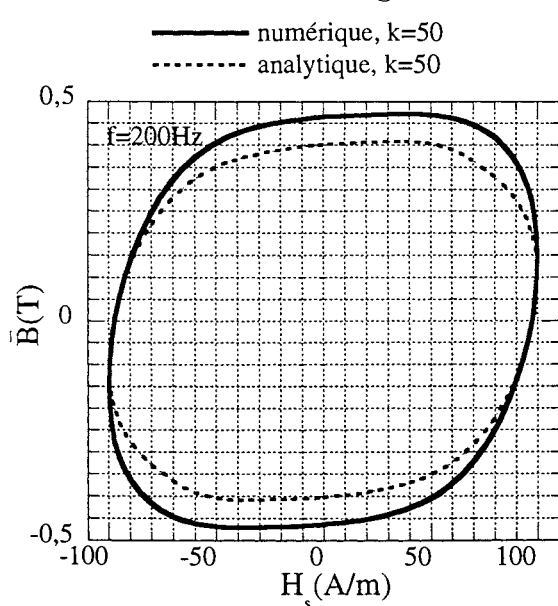


Figure III.40 : Cycle $\bar{B}(H_s)$ pour $f = 200\text{Hz}$.

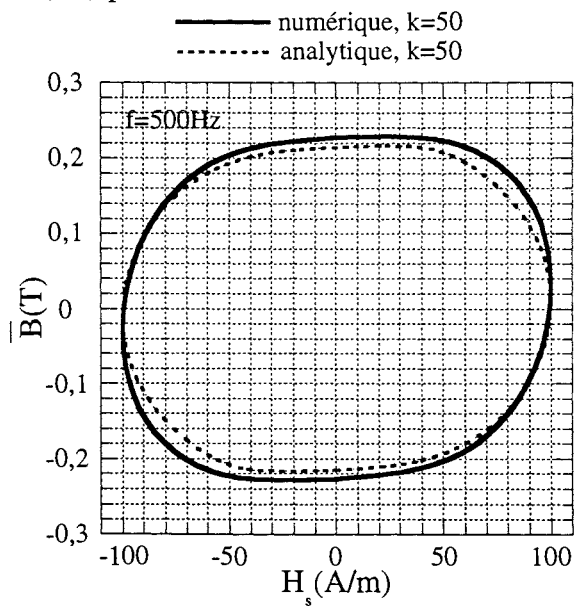


Figure III.41 : Cycle $\bar{B}(H_s)$ pour $f = 500\text{Hz}$.

La même procédure est appliquée pour des aimantations plus élevées ($H_{\max} = 1500 \text{ A/m}$) pour 100, 200 et 500Hz et un paramètre k valant 40 (figures III.42 à 44). Les résultats sont là aussi très satisfaisants.

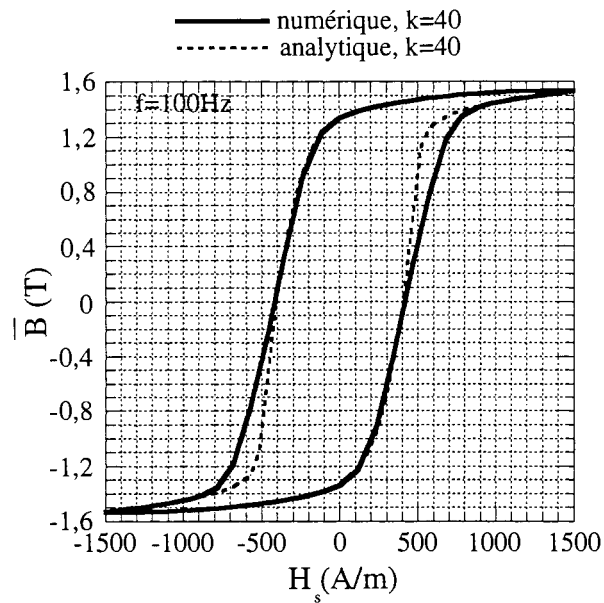


Figure III.42 : Cycle $\bar{B}(H_s)$ pour $f = 100\text{Hz}$.

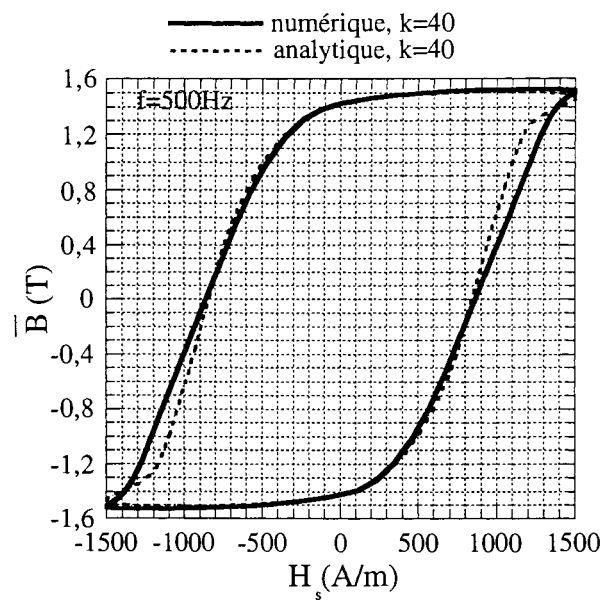
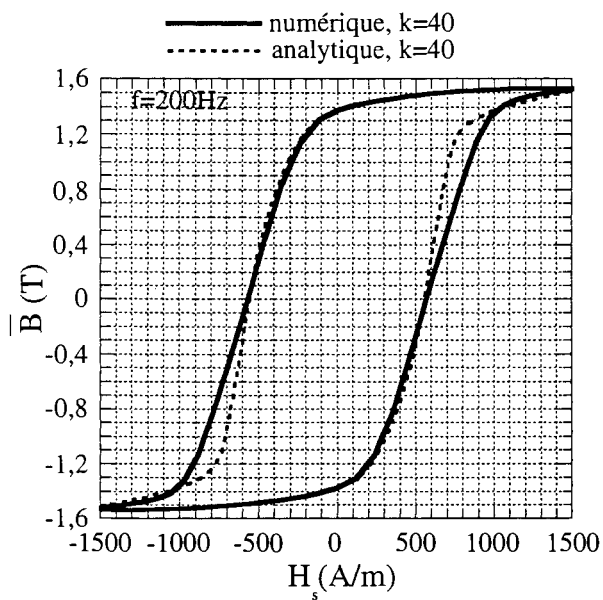


Figure III.43 : Cycle $\bar{B}(H_s)$ pour $f = 200\text{Hz}$. Figure III.44 : Cycle $\bar{B}(H_s)$ pour $f = 500\text{Hz}$.

III.4.4 Conclusion

En conclusion de ce chapitre, nous rappelons les principaux résultats concernant la résolution par une méthode numérique de l'équation de la diffusion magnétique dans l'épaisseur des tôles ; de plus, nous analysons les causes possibles de l'écart qu'il subsiste entre ces résultats et l'expérience. La même chose est effectuée pour la méthode analytique de résolution. Ensuite, nous discutons les avantages et inconvénients de chaque méthode avant d'évoquer le travail complémentaire qu'il serait utile d'effectuer pour étudier les capacités d'extension de ces deux méthodes. Enfin, nous replaçons l'intérêt de ce travail dans la perspective générale du calcul de la répartition du flux et des pertes dans des structures électrotechniques plus complexes.

La résolution numérique de l'équation de la diffusion magnétique a permis tout d'abord de montrer la validité de notre méthode de caractérisation du paramètre k du modèle de Preisach dynamique, pour des fréquences supérieures à la fréquence habituelle des tôles utilisées (50Hz dans notre cas) et des amplitudes de champ en surface entraînant la saturation du matériau.

De plus, en comparaison avec une loi d'aimantation anhystérétique ou avec le modèle de Preisach statique, le modèle de Preisach dynamique est sans conteste le modèle qui permet de décrire le mieux la relation $\bar{B}(H_s)$ (induction moyenne sur la section des tôles en fonction du champ en surface appliqué) : les cycles $\bar{B}(H_s)$ représentent assez bien les cycles expérimentaux. De ce fait, le calcul des pertes dissipées dans la tôle est assez performant : l'erreur relative par rapport à l'expérience n'excède pas 14,5%, quelles que soient l'amplitude du champ en surface et la fréquence (jusqu'à 500Hz) utilisées. On peut alors en conclure que le modèle de Preisach dynamique permet de décrire avec une bonne précision le comportement magnétique du matériau en tout point de sa section.

Toutefois, nous avons remarqué que les cycles $\bar{B}(H_s)$ obtenus à partir du modèle de Preisach dynamique s'éloignaient quelque peu du comportement moyen réel du matériau à des fréquences élevées (500Hz). Cette différence de comportement est particulièrement marquée pour de faibles amplitudes de champ en surface : les cycles décrits présentent en effet un certain déphasage avec l'expérience. Ce cas de figure correspond en fait au cas où les perméabilités différentielles sont les plus grandes et la diffusion la plus importante.

Une hypothétique variation du paramètre k avec la fréquence ne peut être à l'origine de ce désaccord car plusieurs valeurs ont été utilisées sans pour autant améliorer les résultats. Deux points peuvent être alors réexaminés :

- Le premier concerne la fonction de distribution du modèle. Il est possible qu'une précision plus grande que celle que nous nous sommes imposée soit nécessaire pour mieux décrire les variations de la fonction de distribution pour ces niveaux d'induction.

- Le deuxième point correspond à la description de la dynamique des parois. Dans le modèle de Preisach dynamique, la dynamique d'une paroi (ou plus généralement d'un objet magnétique O.M.) s'inspire de la loi établie par Kittel qui considère que la paroi est soumise à un champ uniforme. Quand la diffusion est importante, la paroi (ou l'O.M.) subit alors un gradient de champ. Ce phénomène n'est pas retranscrit dans le modèle de Preisach dynamique et plus généralement dans notre description des phénomènes de diffusion, ce qui peut expliquer le désaccord constaté.

Ainsi, notre méthode d'élaboration du modèle $\overline{B}(H_s)$ peut elle reposer sur le modèle de Preisach dynamique. Ce modèle peut faire l'objet d'études supplémentaires afin d'en améliorer les quelques imperfections.

La méthode analytique de résolution de l'équation de la diffusion magnétique que nous avons proposée donne des résultats satisfaisants. Ces résultats valident dans une première approche les hypothèses émises quant aux variations temporelle et spatiale de la perméabilité différentielle en différents points de la section. Les cycles obtenus sont très proches de ceux donnés par la méthode numérique.

L'écart qui subsiste avec l'expérience est, à notre avis, dû en majeure partie au fait que, dans la réalité, pour un intervalle de temps donné, la perméabilité différentielle n'est pas homogène dans la section et égale à la perméabilité différentielle du cycle $B_{mod}(H_s)$ obtenu par application du champ en surface H_s à l'entrée du modèle (cycle en surface des tôles). Cette perméabilité différentielle dépend en vérité de la profondeur z dans la section.

Pour tenir compte de cette inhomogénéité, il faudrait proposer un pré-modèle représentant en quelque sorte la diffusion de la perméabilité différentielle du cycle en surface avec z (représentation schématique sur la figure III.45). Nécessairement, ce modèle de représentation doit reposer sur un certain nombre de paramètres à optimiser. A l'origine, nous avons refusé d'introduire le moindre paramètre, donc la moindre procédure d'optimisation, et les résultats obtenus ne nous ont pas donné tort car ils attestent que le phénomène précédemment décrit n'intervient qu'au second ordre.

La méthode numérique peut nous donner des informations sur la loi de diffusion de cette perméabilité. Sans nul doute, cette loi devra être relativement simple pour permettre la résolution analytique de l'équation de la diffusion magnétique. Il s'agira de toute façon d'une procédure assez compliquée. Une autre manière de prendre en compte la diffusion de la perméabilité différentielle consisterait à utiliser une perméabilité moyenne sur la section définie à partir du pré-modèle choisi : la procédure de calcul ne serait ainsi pas modifiée.

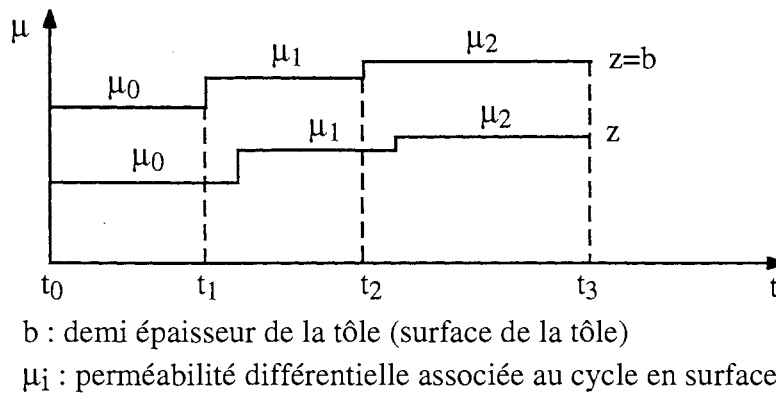


Figure III.45 : Représentation schématique de la diffusion de la perméabilité associée au cycle en surface en fonction de la profondeur z dans la section.

Comparons à présent les avantages et inconvénients des deux méthodes de résolution de l'équation de la diffusion magnétique.

Une étude encore plus poussée à basse amplitude du champ en surface pourrait apporter des renseignements supplémentaires sur les phénomènes observés concernant la convergence du calcul numérique. L'atout d'une telle méthode numérique est qu'elle peut s'appliquer sans développement supplémentaire à des variations quelconques du champ en surface. Cependant, le calcul numérique doit faire l'objet d'une optimisation pour minimiser le temps de calcul. Les durées nécessaires pour calculer l'évolution du champ dans la section de la tôle sont pour le moment beaucoup trop importants : pour un calcul sur deux ou trois périodes de temps (afin d'atteindre le régime permanent), avec 200 points de calcul par période et notre géométrie (dix éléments rectangulaires comportant chacun neuf points de Gauss), il faut compter une douzaine d'heures. La raison est liée à l'environnement informatique dans lequel nous avons effectué notre implantation. Nous avons en effet travaillé dans la version 2D du logiciel éléments finis Flux3D développé au Laboratoire. Destiné au calcul tridimensionnel des grandeurs électromagnétiques, ce logiciel repose sur un environnement complexe forcément trop lourd par rapport à notre application. Outre que les procédures de calcul peuvent être optimisées d'un point de vue rapidité d'exécution, c'est certainement le développement spécifique d'un outil destiné à la résolution numérique de l'équation de la diffusion magnétique en une dimension qui permettra de réduire considérablement la durée de calcul.

Notre méthode analytique s'avère être une alternative sérieuse au calcul numérique. Mais, en comparaison, son application à des variations du champ en surface non sinusoïdales requiert encore une étude : réexamen des hypothèses simplificatrices que nous avons proposées dans le cas sinusoïdal pour prendre en compte les variations de perméabilité différentielle (qui à présent dépendent des harmoniques du champ en surface) ; extension du calcul pour un champ en surface non sinusoïdal que l'on pourrait par exemple décomposer en série de Fourier.

Plus généralement, la démarche proposée gagnerait à être étendue :

- à des champs en surface non sinusoïdaux. Cela implique qu'il faudrait alors étudier la capacité du modèle de Preisach dynamique à représenter les cycles mineurs pouvant être générés par les harmoniques présents dans le champ en surface. Comme nous l'avons déjà souligné, la méthode analytique doit également être généralisée et testée.

De cette manière, les capacités du modèle à décrire les pertes et le comportement magnétique moyen pourraient être étudiées pour des cas plus proches du fonctionnement réel des tôles.

- à des tôles G.O. conventionnelles. La différence avec les tôles N.O. (matériau utilisé pour la présente étude) provient de la structure en domaines des tôles G.O.. Pour ces tôles, les parois peuvent en effet traverser toute l'épaisseur de la tôle. De ce fait, quand la diffusion est importante, il est permis de s'interroger sur la validité de notre démarche tant en ce qui concerne la description de la dynamique des parois que la représentation du comportement magnétique de la section du matériau par un ensemble de plans de Preisach indépendants.

- la méthode analytique gagnerait encore en intérêt si le modèle de Preisach n'était utilisé qu'une seule fois pour décrire le comportement $\overline{B}(H_s)$ au lieu d'être utilisé en chaque point de la section discrétisée de la tôle. Pour cela, il faudrait définir un champ, dit "à effet moyen", qui, appliqué à un seul plan de Preisach, permettrait de directement obtenir l'induction moyenne sur l'épaisseur. Il s'agit là d'une démarche ambitieuse qui supprimerait le calcul du comportement magnétique local dans la section des tôles.

Enfin, la dernière phase consisterait à utiliser le modèle moyen pour décrire la répartition du flux et les pertes dans des structures électrotechniques complexes. Comme nous l'avons souligné au I.2.2.2.c , l'utilisation de notre modèle nécessite la connaissance a priori du champ à la surface des dispositifs. Nous avons alors suggéré d'approcher la répartition de ce champ en surface par un calcul numérique par éléments finis dans le plan habituel des structures en utilisant soit un modèle de loi d'aimantation hystérétique ou anhystérétique. L'implantation du modèle de Preisach, et plus généralement d'un modèle d'hystérésis, pour décrire l'aimantation des matériaux dans le logiciel éléments finis Flux2D a été réalisée par la CEDRAT Recherche. Actuellement en phase de tests, cette version pourrait être utilisée pour le pré-calcul du champ en surface. Le modèle moyen serait alors appliqué pour obtenir la répartition du flux et les pertes dans la structure.

CONCLUSION

CONCLUSION

Afin de calculer la répartition du champ \vec{H} et de l'induction \vec{B} dans les structures électrotechniques, des logiciels de calcul de champ magnétique basés sur la méthode des éléments finis sont utilisés. Pour résoudre les équations de Maxwell associées à un problème donné, une représentation de la loi d'aimantation des matériaux et en particulier des tôles magnétiques FeSi est nécessaire. Actuellement, les modèles de loi d'aimantation utilisés sont très simples : souvent isotropes, ils tiennent rarement compte du caractère hystérétique des tôles. Afin d'améliorer cet état de fait, nous nous sommes intéressés à l'intégration de cette composante hystérétique dans les modèles de loi d'aimantation. Les phénomènes d'anisotropie sont négligés dans ce travail : \vec{H} et \vec{B} sont donc toujours considérés colinéaires et toutes les directions sont supposées équivalentes à la direction long.

L'étude du comportement réel des tôles magnétiques FeSi a permis de rappeler que l'hystérésis de ces matériaux provenait du réarrangement des masses magnétiques à chaque déplacement de parois. Ces masses magnétiques sont liées à la divergence de l'aimantation aux interfaces (surfaces extérieures, joints de grains, impuretés). Elles génèrent des champs d'interaction qui agissent comme des champs de blocage sur les parois. Par ailleurs, en régime fréquentiel, la dynamique des parois est régie par le développement des courants induits créés par la paroi elle-même et produisant un effet d'amortissement. D'autre part, les courants induits développés par les autres parois génèrent un contre-champ qui se retranche au champ appliqué à la paroi.

Un modèle capable à la fois de décrire l'hystérésis (donc l'action des champs de blocage) et l'effet de la fréquence sur le mouvement des parois permet de bien représenter les phénomènes principaux d'aimantation.

Lorsque les tôles travaillent à des fréquences dites "adaptées" pour lesquelles l'épaisseur de peau est du même ordre de grandeur que l'épaisseur des tôles, les grandeurs magnétiques sont généralement supposées homogènes dans l'épaisseur des tôles. Pour des fréquences plus élevées, le flux magnétique se concentre dans la zone idéalisée par l'épaisseur de peau et les grandeurs magnétiques sont donc inhomogènes. Les équations de Maxwell appliquées à l'étude des phénomènes dans la section des tôles permettent d'établir l'équation de la diffusion magnétique. En fonction de la loi $B(H)$ locale (en un point de la section) utilisée et du champ H_s imposé en surface des tôles, l'induction peut être calculée en tout point de l'épaisseur, ce qui permet de déterminer l'induction moyenne \bar{B} sur la section, proportionnelle au flux véhiculé par la tôle. Or le flux est la grandeur que l'électrotechnicien doit connaître le plus précisément pour en déduire les autres caractéristiques importantes de la structure étudiée (inductances, couple, etc). Ainsi, il nous est apparu important de tenir compte, non seulement de l'hystérésis et de l'effet de la fréquence sur la dynamique des parois, mais aussi de la diffusion magnétique dans la section des tôles afin de décrire le plus exactement possible le flux réel à travers les tôles à une fréquence de travail quelconque.

Ceci étant posé, si on disposait d'un modèle d'aimantation fidèle à la réalité (représentant l'hystérésis et la dynamique des parois avec la fréquence), de beaucoup de temps et d'espace mémoire, un calcul numérique tridimensionnel pourrait être effectué pour tenir compte de la diffusion magnétique dans l'épaisseur des tôles. Cette approche n'étant pas réaliste, nous avons décidé d'élaborer un modèle dit "moyen" permettant de relier le champ H_s en surface de la tôle à l'induction \bar{B} moyenne sur la section correspondante. Ce modèle, tel une boîte noire, doit donc décrire les phénomènes magnétiques dans la section des tôles. L'intérêt d'un tel modèle est qu'il permet également de connaître les pertes dissipées dans les tôles et plus généralement d'approcher les pertes locales associées à tout point de la surface des structures étudiées.

Etant donné que ce modèle $\bar{B}(H_s)$ n'existe pas dans la littérature, nous proposons une démarche qui nécessite l'étude des points suivants :

- recherche dans la littérature du modèle permettant de décrire l'hystérésis du matériau mais aussi la dynamique des parois avec la fréquence,
- résolution de l'équation de la diffusion en prenant en compte le caractère hystérétique des tôles à partir du modèle précédemment choisi.

Notre travail a consisté en l'étude de ces deux thèmes dans le cas d'un champ en surface sinusoïdal. Il a abouti aux conclusions suivantes :

1- Le modèle de Preisach, très ancien, permet de décrire l'hystérésis quasi-statique des tôles. La généralisation dynamique qu'en a proposée Bertotti (prise en compte de l'effet des courants induits sur le mouvement des parois et plus généralement sur le mouvement des objets magnétiques) en fait le modèle le plus complet à l'heure actuelle pour décrire le comportement local du matériau.

2- Plusieurs méthodes de caractérisation de la fonction de Preisach, nécessaires aux deux versions statique et dynamique du modèle, existent dans la littérature. Pour les deux familles de tôles les plus couramment utilisées en électrotechnique, les tôles à grains orientés (G.O.) et à grains non orientés (N.O.), ces méthodes ont été testées et critiquées.

Il en ressort que la méthode de Mayergoyz est la méthode la plus précise pour les deux types de tôles (erreur relative par rapport à l'expérience inférieure à 10% en ce qui concerne l'aire des cycles, pour des amplitudes de champ supérieures à deux fois le champ coercitif). Ceci n'a rien de fondamentalement étonnant car cette méthode s'appuie sur une description expérimentale assez détaillée du matériau (environ une quinzaine de courbes de renversement du premier ordre).

Cependant, la méthode de Biorci donne des résultats d'une précision sensiblement identique pour les tôles N.O. (erreur relative par rapport à l'expérience inférieure à 12%). Ceci est relativement intéressant car cette méthode n'utilise que la courbe de première aimantation et le cycle majeur descendant comme données expérimentales. Toutefois, cette méthode repose sur la factorisation a priori de la fonction de Preisach : ceci signifie l'indépendance des deux distributions de champs de

blocage caractéristiques (correspondant à des champs croissant et décroissant). Pour des matériaux présentant des effets de surfaces importants (liés à la taille des grains vis-à-vis de l'épaisseur de la tôle et à la texture), cette indépendance des distributions n'est pas vérifiée. Ainsi, la méthode s'applique mal aux tôles G.O. et aux tôles N.O. minces.

L'utilisation d'une fonction a priori comme une lorentzienne (caractérisée par deux paramètres déduits du cycle majeur) pour décrire la fonction de Preisach n'est envisageable que si elle est couplée et corrigée par l'intermédiaire d'un champ dit d'interaction : ce champ agit en contre-réaction sur le modèle de Preisach ainsi caractérisé. Comme la détermination du champ d'interaction nécessite le relevé de plusieurs cycles symétriques à divers niveaux d'induction maximum et comme la contre-réaction implique une procédure itérative pour calculer l'induction, cette méthode n'a pas été retenue.

3- Le modèle de Preisach dynamique est caractérisé par un seul paramètre k représentant l'effet d'amortissement des courants induits sur la dynamique des objets magnétiques. Une méthode de caractérisation de ce paramètre a été proposée et appliquée à deux tôles N.O. de différentes épaisseurs.

4- La résolution de l'équation de la diffusion magnétique par une méthode numérique basée sur les méthodes des éléments finis, des différences finies et de Newton-Raphson, a permis d'établir, pour une tôle N.O. conventionnelle, que :

- l'ordre de grandeur du paramètre k du modèle de Preisach dynamique obtenu par notre méthode de caractérisation dans des conditions particulières (fréquences inférieures à la fréquence de travail habituelle des tôles, et faibles amplitudes du champ en surface pour éviter la saturation du matériau) est valable quelles que soient l'amplitude du champ appliqué en surface et la fréquence (jusqu'à 500Hz) utilisées.

- le modèle de Preisach dynamique est le modèle qui décrit le mieux le comportement local du matériau en un point de la section. L'étude des grandeurs moyennes qui sont les seules que l'on peut comparer à l'expérience montre que :

- * les pertes sont obtenues avec une erreur relative par rapport à l'expérience inférieure à 14,5%, quelles que soient l'amplitude du champ appliqué en surface et la fréquence (jusqu'à 500Hz) utilisées,

- * les cycles $\bar{B}(H_s)$ obtenus sont assez proches des cycles expérimentaux.

- le modèle de Preisach statique donne systématiquement des cycles $\bar{B}(H_s)$ éloignés des cycles expérimentaux, donc des pertes très mal approchées, y compris pour des fréquences inférieures à la fréquence habituelle des tôles (10, 20Hz). Ceci montre combien il est fondamental de tenir compte non seulement de l'hystérésis du matériau mais également de la dynamique des parois avec la fréquence pour décrire l'aimantation.

5- Utilisant du pas à pas sur le temps, et ayant été développée dans un logiciel de calcul tridimensionnel de champ qui met en oeuvre une structure assez lourde, la résolution numérique est relativement longue. Sans nul doute ce temps de calcul est-il optimisable : les procédures informatiques utilisées peuvent être remaniées pour diminuer le temps de calcul ; de plus, un calcul numérique spécifique à notre problème en une dimension pourrait être développé. Toutefois, il est intéressant de proposer une méthode analytique pour résoudre l'équation de la diffusion magnétique en prenant en compte l'hystérésis. Cette résolution s'appuie sur des hypothèses simplificatrices concernant les variations de perméabilités différentielles dans le temps et l'espace dues à l'hystérésis (décrit localement par le modèle de Preisach dynamique). Son application pour des amplitudes quelconques du champ appliqué en surface et des fréquences élevées (jusqu'à 500Hz) a montré que les cycles $\bar{B}(H_s)$ étaient proches des cycles obtenus par la méthode numérique. Ainsi avec cette méthode analytique avons-nous posé les bases intéressantes d'une alternative à la méthode numérique.

L'étude de la modélisation du comportement moyen $\bar{B}(H_s)$ réel des tôles que nous avons développée mériterait d'être menée encore plus loin :

(i) Une plus grande précision pourrait être exigée vis-à-vis des résultats obtenus :

- nous avons noté que les cycles $\bar{B}(H_s)$ générés à partir du modèle de Preisach dynamique différaient quelque peu par rapport à l'expérience dans des cas de figures où la diffusion était importante (fréquence élevée et amplitude de champ en surface faible). Pour améliorer ces résultats, nous proposons de :

- * revoir la précision avec laquelle la fonction de Preisach a été caractérisée

- * étudier dans quelle mesure la dynamique des objets magnétiques ne doit pas être décrite différemment dans le modèle quand la diffusion est importante car ces objets magnétiques sont alors soumis à un gradient de champ et non plus à un champ uniforme.

- afin d'améliorer les cycles $\bar{B}(H_s)$ obtenus par la méthode analytique, la description des variations de perméabilité différentielle dans la section de la tôle doit être encore affinée comme il a été proposé au III.4.4.

(ii) Notre étude s'est restreinte aux tôles N.O.. Il faudrait l'étendre aux tôles G.O.. Pour ces tôles, les domaines traversent toute l'épaisseur de la tôle et à haute fréquence, les parois s'incurvent pour permettre la diffusion magnétique. Il est alors possible que notre description du comportement magnétique dans la section du matériau par plusieurs plans de Preisach indépendants ne soit plus valable quand la diffusion est importante. Il faudra, dans ce cas, adapter notre démarche aux tôles G.O..

(iii) Il serait également intéressant d'étudier les résultats de la résolution de l'équation de la diffusion magnétique quand le champ en surface n'est plus sinusoïdal. Cela implique l'étude de la description

des cycles mineurs par le modèle de Preisach dynamique. Si la méthode de résolution numérique ne requiert pas de modification supplémentaire, ça n'est pas le cas pour la méthode analytique pour laquelle il faudra réexaminer les hypothèses simplificatrices et étendre les formulations.

(iiii) Une évolution intéressante de notre approche analytique consisterait à définir un champ dit "à effet moyen" qui, appliqué au modèle de Preisach dynamique, permettrait de directement obtenir l'induction moyenne. Une telle approche a déjà été adoptée pour la caractérisation du paramètre k mais pour des conditions d'application très restreintes que l'on aimerait élargir (une simple moyenne arithmétique du champ sur la section ne suffit pas en effet pour définir le champ à effet moyen lorsque la diffusion est importante). L'utilisation de ce champ à effet moyen nous affranchirait du calcul intermédiaire du champ dans l'épaisseur de la tôle et de l'induction locale correspondante. Le champ à effet moyen concentrerait de ce fait toute l'information relative à la diffusion.

Dans une perspective plus large encore, le modèle $\bar{B}(H_s)$ pourrait être utilisé pour le calcul des pertes et la répartition du flux dans des structures électrotechniques complexes. Ce modèle nécessitant forcément la connaissance a priori du champ en surface, ce champ doit être obtenu par un pré-calcul numérique dans le plan habituel d'étude (plan des tôles) en utilisant une loi d'aimantation anhystérétique ou hystérétique.

Enfin, l'ultime généralisation serait d'étendre notre modèle moyen scalaire au cas anisotrope. Certains modèles anisotropes anhystérétiques existants pourraient, couplés au modèle moyen $\bar{B}(H_s)$, décrire ce comportement.

Le modèle dit des deux familles [MEK-94] pourrait être le point de départ de cette extension. Ce modèle s'appuie sur la représentation du matériau par deux familles principales de domaines, l'une associée à la direction long de la tôle, l'autre à la direction travers. Le modèle est ainsi valable pour des matériaux n'ayant qu'une composante de texture (textures cubique ou de Goss). La minimisation de l'énergie globale du système permet de déterminer le comportement anisotrope du matériau. Cette énergie globale s'obtient en particulier à partir des énergies que l'on peut associer à chacune des deux familles quand on suppose n'appliquer à cette famille que la composante du champ qui est moteur pour elle (les interactions entre les deux familles s'expriment par un couplage de ces énergies). L'énergie associée à chaque famille s'obtient à partir des courbes expérimentales anhystérétiques obtenues dans les directions long et travers. Prendre en compte l'hystérésis dans ce modèle consisterait à calculer l'énergie associée à chacune des familles à partir du cycle d'hystérésis $\bar{B}(H_s)$ donné par le modèle moyen dans la direction correspondante [WAE-95].

Ainsi, le comportement magnétique des tôles FeSi serait-il décrit dans toute sa complexité puisqu'il prendrait en compte l'hystérésis dynamique et les phénomènes anisotropes.

On peut donc considérer qu'une voie de construction d'un modèle $\vec{B}(\vec{H}_s)$ général est tracée pour les tôles magnétiques utilisées en électrotechnique, et que d'ores et déjà, une description plus simple (car isotrope), mais néanmoins précise, du comportement magnétique fréquentiel des tôles peut être développée dans les codes de calcul.

BIBLIOGRAPHIE

BIBLIOGRAPHIE

- [BAV-92] **J.C. BAVAY, J. VERDUN**
"Alliages fer-silicium"
Techniques de l'Ingénieur, traité Génie Electrique, 1992, pp D2110-D2113
- [BER-85] **G. BERTOTTI**
"Physical Interpretation of Eddy Current Losses in Ferromagnetic Materials.
I - Theoretical Considerations"
J. Appl. Phys. 57 (6), 1985, pp 2110-2117
- [BER-91] **G. BERTOTTI**
"Generalized Preisach Model for the Description of Hysteresis and Eddy
Current Effects in Metallic Ferromagnetic Materials"
J. Appl. Phys. 69 (8), 1991, pp 4608-4610
- [BER-92] **G. BERTOTTI, M. PASQUALE**
"Physical Interpretation of Induction and frequency Dependence of Power
Losses in Soft Magnetic Materials"
IEEE Trans. Mag., Vol.28, N°5, 1992, pp 2787-2789
- [BER-93a] **G. BERTOTTI, V. BASSO**
"Consideration on the Physical Interpretation of the Preisach Model of
Ferromagnetic Hysteresis"
J. Appl. Phys. 73 (10), 1993, pp 5827-5829
- [BER-93b] **G. BERTOTTI, V. BASSO, M. PASQUALE**
"Application of the Preisach Model to the Calculation of Magnetization Curves
and Power Losses in Ferromagnetic Materials"
EMMA'93, Kosice
- [BIO-58] **G. BIORCI, D. PES CETTI**
"Analytical Theory of the Behaviour of Ferromagnetic Materials"
Il Nuovo Cimento, Vol.VII, N°6, 1958, pp 829-842
- [BOB-93] **S. BOBBIO, G. MARRUCCI**
"A Possible Alternative to Preisach's Model of Static Hysteresis"
Il Nuovo Cimento, Vol.15D, N°5, 1993, pp 723-734

- [BOB-94]** **S. BOBBIO et al**
 "A New Model of Scalar Magnetic Hysteresis"
 IEEE Trans. Mag., Vol.30, N°5, 1994, pp 3367-3370
- [BRI-87]** **P. BRISSONNEAU**
 "Magnétisme classique et tôles magnétiques pour le Génie Electrique"
 Cours de Formation Professionnelle INPG, Grenoble, 1987
- [BUR-The-81]** **N. BURAI**
 "Etude et modélisation des pertes dans les circuits magnétiques en régime non sinusoïdal à fréquence industrielle élevée"
 Thèse de l'INPG-ECL, Grenoble, 1994
- [COL-87]** **B.D. COLEMAN, M.L. HOGDON**
 "On a Class of Constitutive Relations for Ferromagnetic Hysteresis"
 Arch. Rational Mech. Anal., 99, N°4, 1987, pp 375-396
- [COU-The-81]** **J.L. COULOMB**
 "Analyse tridimensionnelle des champs électriques et magnétiques par la méthode des éléments finis"
 Thèse de l'INPG, Grenoble, 1981
- [DEL-The-94]** **F. DELINCE**
 "Modélisation des régimes transitoires dans les systèmes comportant des matériaux non linéaires et hystérétiques"
 Thèse de la Faculté des Sciences Appliquées de Liège, Liège, 1994
- [DEL-91]** **E. DELLA TORRE**
 "Existence of Magnetization Dependent Preisach Models"
 IEEE Trans. Mag., Vol.27, N°4, 1991, pp 3697-3699
- [DEL-82]** **DEL VECCHIO**
 "Computation of Losses in Nonoriented Electrical Steels From a Classical Viewpoint"
 J. Appl. Phys. 53 (11), 1982, pp 8281-8286
- [FER-Rap-93]** **J.M. FERAL**
 "Prise en compte de l'hystérésis dans flux2d par une perméabilité complexe"
 Rapport de stage ingénieur de l'ENSIEG(INPG), Grenoble, 1993

- [HOG-88a] M.L. HOGDON**
 "Applications of the Theory of Ferromagnetic Hysteresis"
 IEEE Trans. Mag., Vol.24, N°1, 1988, pp 218-221
- [HOG-88b] M.L. HOGDON**
 "Mathematical Theory and Calculations of Magnetic Hysteresis Curves"
 IEEE Trans. Mag., Vol.24, N°6, 1988, pp 3120-3122
- [JIL-84] D.C. JILES, D.L. ATHERTON**
 "Theory of Ferromagnetic Hysteresis"
 J. Appl. Phys. 55 (6), 1984, pp 2115-2120
- [JIL-86] D.C. JILES, D.L. ATHERTON**
 "Theory of Ferromagnetic Hysteresis"
 J.M.M.M., Vol.61, 1986, pp 48-60
- [JIL-92] D.C. JILES, J.B. THOELKE, M.K. DEVINE**
 "Numerical Determination of Hysteresis Parameters for the Modeling of
 Magnetic Properties Using the Theory of Magnetic Hysteresis"
 IEEE Trans. Mag., Vol.28, N°1, 1992, pp 27-35
- [LAB-The-96] N. LABBE**
 "Modélisation du couplage magnétothermique appliquée aux ralentisseurs
 électromagnétiques"
 Thèse de l'INPG, Grenoble, 1996
- [MAY-91] I.D. MAYERGOYZ**
 "Mathematical Models of Hysteresis"
 SPRINGER-VERLAG, New York, 1991
- [MEK-The-94] M. MEKHICHE**
 "Introduction de la texture cubique {100} <001> dans les dispositifs
 électrotechniques : de la métallurgie à la modélisation"
 Thèse de l'INPG, Grenoble, 1994
- [MEK-94] M. MEKHICHE, T. WAECKERLE**
 "Two Dimensional Magnetization Model for Anisotropic Soft Magnetic
 Sheets"
 IEEE Trans. Mag., Vol. 30, N°6, 1994, pp 4341-4343

- [O'KE-69] D. O'KELLY**
 "Eddy Current and Hysteresis Effects in Rotating Machines"
 Proceedings IEE, Vol.116, N°3, 1969, pp 391-395
- [PER-The-94] T. PERA**
 "Lois d'aimantation anisotropes et non linéaires : modélisation et validation expérimentales"
 Thèse de l'INPG, Grenoble, 1994
- [PHI-95] D.A. PHILIPS, L.R. DUPRE, J.A.A. MELKEBEEK**
 "Magneto Dynamic Field Computation Using a Rate Dependent Preisach Model"
 IEEE Trans. Mag., Vol. 30, N°6, 1994, pp 4377-4379
- [PRY-58] R.H. PRY, C.P. BEAN**
 "Calculation of the Energy Losses in Magnetic Sheet Material Using a Domain Model"
 J. Appl. Phys. (3), 1958, pp 532-533
- [ROU-95a] L-L. ROUVE, Th. WAECKERLE, A. KEDOUS-LEBOUC**
 "Application of Preisach Model to Grain Oriented Steels : Comparison of Different Characterizations for the Preisach Function $p(\alpha, \beta)$ "
 INTERMAG'95, San Antonio, 1995, à paraître
- [ROU-95b] L-L. ROUVE, Th. WAECKERLE, A. KEDOUS-LEBOUC, J-L. COULOMB**
 "Determination of the parameter k of the Generalized Preisach Model"
 COMPUMAG'95, Berlin, 1995, soumis aux rapporteurs
- [ROU-95c] L-L. ROUVE, Th. WAECKERLE, A. KEDOUS-LEBOUC, B. CORNUT**
 "Identification of the Parameter k and Counterfield Hec for the Dynamic Preisach Model"
 SMM 13, Cracovie, PA-72, 1995
- [ROU-95d] L-L. ROUVE, Th. WAECKERLE, A. KEDOUS-LEBOUC**
 "Analytical Computation of Average Induction in a Sheet Cross Section Considering Magnetic Diffusion and Hysteresis Features"
 Soumis à CEFC'96, Okayama, 1996

- [SZP-87] **J.A. SZPUNAR, D.L. ATHERTON, B.SZPUNAR**
"Analysis of the Irreversible Processus of Magnetization in Steel"
IEEE Trans. Mag., Vol.23, N°1, 1987, pp 300-304
- [WAE-95] **Th. WAECKERLE, L-L. ROUVE, M. MEKHICHE,
B. CORNUT**
"Towards a hysteresis anisotropic Preisach Model for soft magnetic sheets"
SMM 13, Cracovie, PA-73, 1995
- [WIL-50] **H.J. WILLIAMS, W. SHOCKLEY, C. KITTEL**
"Studies of the Propagation Velocity of a Ferromagnetic Domain Boundary"
Physical review 80 (6), 1950, pp 1090-1094

ANNEXES

A N N E X E 1

Calcul des pertes fer moyennes totales dissipées dans une tôle Epstein soumise à un champ non uniforme en norme en surface

Le champ \vec{H} et l'induction \vec{B} sont supposés colinéaires et perpendiculaires à la section droite (S_d) (plan (OXZ)) de la tôle Epstein (figure 1).

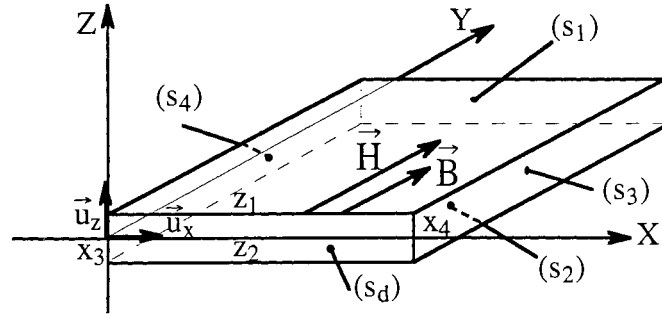


Figure 1 : Géométrie de la tôle Epstein étudiée

Le champ en surface \vec{H}_s est tangent à la surface extérieure de la tôle (S_e) autre que la section droite (S_d) de la tôle. Ce champ n'est pas uniforme en norme sur la surface de la tôle. Soit $(S) = (S_e) \cup (S_d)$ la surface totale enveloppant le volume (V) de la tôle considérée. Les pertes totales s'expriment macroscopiquement en valeur moyenne à partir du vecteur de Poynting \vec{S}_p défini par :

$$\vec{S}_p = \vec{E} \wedge \vec{H} \quad (A1.1)$$

où \vec{E} est le champ électrique (V/m)

Les pertes totales dans la tôle correspondent à la valeur moyenne dans le temps du flux du vecteur de Poynting à travers la surface (S) qui délimite le volume (V) considéré :

$$P = -\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \iint_{(S)} \vec{S}_p \cdot \vec{n} \, dS \quad (A1.2)$$

où T est la période du phénomène au cours du temps et \vec{n} la normale extérieure en tout point de la surface (S).

Dans la configuration étudiée, $(\vec{E} \wedge \vec{H}) \cdot \vec{n}$ n'a pas de composante sur la section droite (Sd).

\vec{E} et \vec{H} correspondent aux grandeurs en surface de la tôle.

D'après les équations de Maxwell, \vec{E} est lié à \vec{H} par :

$$\vec{E} = \rho \vec{J} = \rho \vec{Rot} \vec{H} \quad (A1.3)$$

Comme $\vec{H} = H(x,y,z,t) \vec{u}_y$ alors :

$$\vec{E} = E_x(x,y,z,t) \vec{u}_x + E_z(x,y,z,t) \vec{u}_z \quad (A1.4)$$

Soient : (S1) : la surface supérieure de la tôle parallèle au plan (OXZ) en $z = z_1$

(S2) : la surface inférieure de la tôle parallèle au plan (OXY) en $z = z_2$

(S3) : la surface latérale gauche de la tôle

(S4) : la surface latérale droite de la tôle (figure1)

$(\vec{E} \wedge \vec{H}) \cdot \vec{n} = \vec{E} \cdot (\vec{H} \wedge \vec{n})$ a pour composante sur

$$(S1) : \vec{n} = \vec{u}_z \Rightarrow \vec{E} \cdot (\vec{H} \wedge \vec{n}) = \vec{E} \cdot (H_s \vec{u}_x) = H_s(x,y,z_1,t) \cdot E_x(x,y,z_1,t)$$

$$(S2) : \vec{n} = -\vec{u}_z \Rightarrow \vec{E} \cdot (\vec{H} \wedge \vec{n}) = \vec{E} \cdot (-H_s \vec{u}_x) = -H_s(x,y,z_2,t) \cdot E_x(x,y,z_2,t)$$

$$(S3) : \vec{n} = -\vec{u}_x \Rightarrow \vec{E} \cdot (\vec{H} \wedge \vec{n}) = \vec{E} \cdot (H_s \vec{u}_z) = H_s(x_3,y,z,t) \cdot E_z(x_3,y,z,t)$$

$$(S4) : \vec{n} = \vec{u}_x \Rightarrow \vec{E} \cdot (\vec{H} \wedge \vec{n}) = \vec{E} \cdot (-H_s \vec{u}_z) = -H_s(x_4,y,z,t) \cdot E_z(x_4,y,z,t)$$

Donc :

$$P_T = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \left\{ \iint_{(S1)} H_s(x,y,z_1,t) \cdot E_x(x,y,z_1,t) \cdot dS_1 - \iint_{(S2)} H_s(x,y,z_2,t) \cdot E_x(x,y,z_2,t) \cdot dS_2 + \iint_{(S3)} H_s(x_3,y,z,t) \cdot E_z(x_3,y,z,t) \cdot dS_3 - \iint_{(S4)} H_s(x_4,y,z,t) \cdot E_z(x_4,y,z,t) \cdot dS_4 \right\} \quad (A1.5)$$

D'une part, on a :

$$H_s(x,y,z_1,t) = H_s(x,y,z_2,t) = H_s(x,y,t), \quad \forall (x,y,t)$$

$$H_s(x_3,y,z,t) = H_s(x_4,y,t), \quad \forall (y,t)$$

$$Hs(x_4, y, z, t) = Hs(x_4, y, t) \quad \forall (y, t)$$

Donc :

$$P_T = -\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \left\{ \int_{y_1}^{y_2} dy \left[\int_{x_3}^{x_4} Hs(x, y, t) \cdot \{E_x(x, y, z_1, t) - E_x(x, y, z_2, t)\} dx \right. \right. \\ \left. \left. + Hs(x_3, y, t) \int_{z_1}^{z_2} E_z(x_3, y, z, t) dz - Hs(x_4, y, t) \int_{z_1}^{z_2} E_z(x_4, y, z, t) dz \right] \right\} \quad (A1.6)$$

* Pour $x \in]x_3 + dx ; x_4 - dx [$, on a :

$$\{E_x(x, y, z_1, t) - E_x(x, y, z_2, t)\} dx = \oint_{C_{yx}} \vec{E} \cdot d\vec{l}, \quad (A1.7)$$

si $E_z(x, y, z, t) = 0$, ce qui est supposé valable pour une tôle suffisamment longue.

C_{yx} est le contour représenté sur la figure 2.

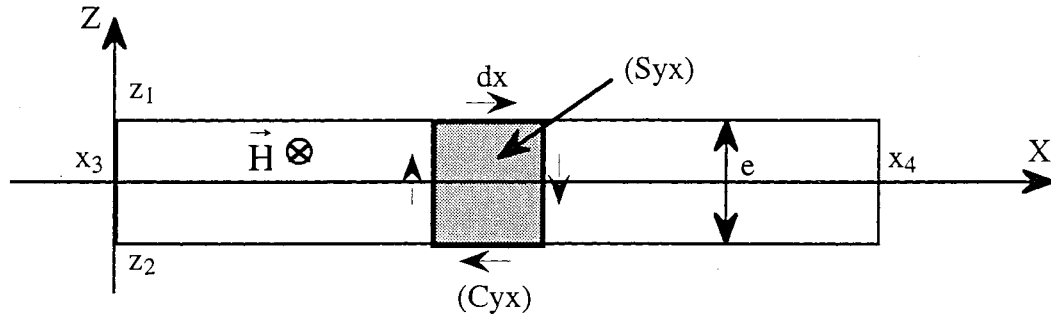


Figure 2 : Coupe dans le plan (OXZ) de la tôle Epstein

Or :

$$\oint_{C_{yx}} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \iint_{(S_{yx})} \vec{\text{Rot}} \vec{E} \cdot d\vec{S}_{yx} \quad (A1.8)$$

où $S_{yx} = e \cdot dx$ et e est l'épaisseur de la tôle (figure 2).

D'après les équations de Maxwell : $\vec{\text{Rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$, d'où :

$$\oint_{C_{yx}} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \iint_{(S_{yx})} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}_{yx} = - \frac{\partial \phi_{yx}}{\partial t} = - S_{yx} \frac{d\bar{B}}{dt} \quad (A1.9)$$

Donc :

$$\{E_x(x,y,z_1,t) - E_x(x,y,z_2,t)\} dx = - e \frac{d\bar{B}}{dt}(x,y,t) \cdot dx \quad (A1.10)$$

* Pour $x_3 \leq x < x_3 + dx$ et en supposant $E_z(x_3 + dx, y, z, t) = 0$, on a :

$$\{E_x(x,y,z_1,t) - E_x(x,y,z_2,t)\} dx + \int_{z_1}^{z_2} E_z(x_3, y, z, t) dz = \oint_{C_{yx3}} \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (A1.11)$$

* On peut écrire la même chose pour $x_4 - dx \leq x \leq x_4$.

En fin de compte, on obtient :

$$P_T = \frac{e}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \left\{ \int_{y_1}^{y_2} dy \int_{x_3}^{x_4} H_s(x,y,t) \frac{d\bar{B}}{dt}(x,y,t) dx \right\} dt$$

$$P_T = \frac{e}{T} \int_{y_1}^{y_2} dy \int_{x_3}^{x_4} \left\{ \int_{t_0}^{t_0+T} H_s(x,y,t) \frac{d\bar{B}}{dt}(x,y,t) dt \right\} dx$$

$$P_T = \frac{e}{T} \iiint_{(S_1)} \left\{ \oint H_s \cdot d\vec{B} \right\} dS_1$$

(A1.12)

A N N E X E 2

Détermination de la fonction de Preisach $p(\alpha, \beta)$ par la méthode de Biorci et Pescetti

Pour cette méthode, la fonction de Preisach est supposée factorisable selon :

$$p(\alpha, \beta) = p_1(\alpha) * p_2(\beta) \quad (A2.1)$$

D'autre part, la fonction de distribution est supposée varier suffisamment peu sur l'élément de Preisach (T_k) pour pouvoir faire l'approximation :

$$P_k = \iint_{(T_k)} p(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \approx p_1(a_i) * p_2(b_j) * S_k \quad (A2.2)$$

où S_k est l'aire de l'élément (T_k).

Il suffit pour cela de discrétiser suffisamment finement le plan de Preisach.

Les données expérimentales nécessaires sont :

- la courbe de première aimantation : $M_{init}(H)$
- la courbe majeure descendante : $M_{sat}(H)$

On montre que :

$$* \quad F_i = \frac{M_{init}(a_i) - M_{init}(a_{i-1})}{2M_s} = \int_{a_{i-1}}^{a_i} d\alpha \int_{-\alpha}^{\alpha} p(\alpha, \beta) d\beta \quad (A2.3)$$

* Si $b_{j-1} > b_j > 0$ alors

$$G_j = \frac{M_{sat}(b_{j-1}) - M_{sat}(b_j)}{2M_s} = \int_{b_j}^{b_{j-1}} d\beta \int_{|\beta|}^{H_m} p(\alpha, \beta) d\alpha \quad (A2.4)$$

* Si $b_j < b_{j-1} < 0$ alors

$$G_j = \frac{M_{sat}(b_{j-1}) - M_{sat}(b_j)}{2M_s} - \frac{M_{init}(-b_j) - M_{init}(-b_{j-1})}{2M_s} = \int_{b_j}^{b_{j-1}} d\beta \int_{|\beta|}^{H_m} p(\alpha, \beta) d\alpha \quad (A2.5)$$

Les a_i ($i \in \{1..N\}$) et les b_j ($j \in \{1..2N\}$) sont définis sur le plan de Preisach discrétisé comme illustré sur la figure 1 ($N=4$).

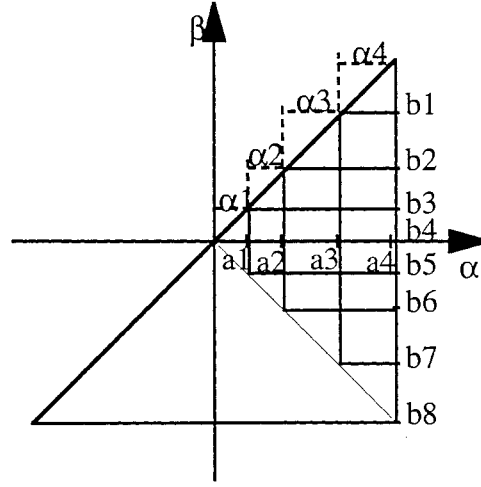


Figure 1 : Discretisation du plan de Preisach

En utilisant la discrétisation du plan de Preisach, on a :

$$\left. \begin{aligned}
 F1 &= p1(a1) \frac{\alpha_1^2}{2} [p2(bN) + p2(bN+1)] \\
 F2 &= p1(a2)\alpha_2 \left[\frac{\alpha_2}{2} p2(bN-1) + \frac{\alpha_2}{2} p2(bN+2) + \alpha_1 p2(bN) + \alpha_1 p2(bN+1) \right] \\
 &\vdots \\
 FN &= p1(aN)\alpha_N \left[\frac{\alpha_N}{2} p2(b1) + \alpha_{N-1} p2(b2) + \dots + \alpha_1 p2(bN) + \alpha_1 p2(bN+1) + \dots \right. \\
 &\quad \left. + \alpha_{N-1} p2(b2N-1) + \frac{\alpha_N}{2} p2(b2N) \right]
 \end{aligned} \right\} \quad (A2.6)$$

et :

$$\left\{ \begin{array}{l}
 G_1 = p_2(b_1) \alpha_N \frac{\alpha_N}{2} p_1(a_N) \\
 G_2 = p_2(b_2) \alpha_{N-1} \left[\frac{\alpha_{N-1}}{2} p_1(a_{N-1}) + \alpha_N p_1(a_N) \right] \\
 \vdots \\
 G_N = p_2(b_N) \alpha_1 \left[\frac{\alpha_1}{2} p_1(a_1) + \alpha_2 p_1(a_2) + \dots + \alpha_{N-1} p_1(a_{N-1}) + \alpha_N p_1(a_N) \right] \\
 G_{N+1} = p_2(b_{N+1}) \alpha_1 \left(\frac{\alpha_1}{2} p_1(a_1) + \alpha_2 p_1(a_2) + \dots + \alpha_{N-1} p_1(a_{N-1}) + \alpha_N p_1(a_N) \right) \\
 \vdots \\
 G_{2N-1} = p_2(b_{2N-1}) \alpha_{N-1} \left(\frac{\alpha_{N-1}}{2} p_1(a_{N-1}) + \alpha_N p_1(a_N) \right) \\
 G_{2N} = p_2(b_{2N}) \alpha_N \frac{\alpha_N}{2} p_1(a_N)
 \end{array} \right. \quad (A2.7)$$

On a 3N inconnues : de $p_1(a_1)$ à $p_1(a_N)$ et de $p_2(b_1)$ à $p_2(b_{2N})$

$$\text{et } \boxed{\sum_{i=1}^N F_i = \sum_{j=1}^{2N} G_j} \quad (A2.8)$$

donc ces valeurs sont liées.

On pose :

$$\begin{aligned}
 \psi_1(a_i) &= \alpha_i p_1(a_i), \text{ pour } i \in \{1, N\} \\
 \psi_2(b_j) &= \alpha_{N+1-j} p_2(b_j), \text{ pour } j \in \{1, N\} \\
 \psi_2(b_j) &= \alpha_{j-N} p_2(b_j), \text{ pour } j \in \{N+1, 2N\}
 \end{aligned} \quad (A2.9)$$

On exprime ensuite les $\psi_1(a_i)$ et $\psi_2(b_j)$ en fonction de $\psi_1(a_N)$ dont on fixe la valeur :

$$\boxed{1 = \psi_1(a_N) = \alpha_N p_1(a_N)} \quad (A2.10)$$

Le fait d'intégrer sur des triangles au niveau de $\alpha=\beta$ et $\alpha=-\beta$ complique assez la résolution du système. C'est pourquoi, on intègre plutôt sur des rectangles de façon à supprimer tous les termes 1/2 des équations. On peut ainsi déterminer les ψ_1 et ψ_2 en cascade.

Supposons que $\psi_1(a_i)$, $\psi_2(b_{N+1-i})$ et $\psi_2(b_{N+i})$ sont connus et que l'on veut déterminer $\psi_1(a_{i-1})$, $\psi_2(b_{N+1-i+1})$ et $\psi_2(b_{N+i-1})$. On montre alors que :

$$\boxed{\psi_1(a_{i-1}) = F_{i-1} \frac{\psi_1(a_i)}{F_i - \psi_1(a_i) [\psi_2(b_{N+1-i}) + \psi_2(b_{N+i})]}} \quad (A2.11)$$

$$\boxed{\psi_2(b_{N+1-i+1}) = \frac{G_{N+1-i+1}}{\psi_1(a_{i-1}) + \dots + \psi_1(a_N)}} \quad (A2.12)$$

$$\boxed{\psi_2(b_{N+i-1}) = \frac{G_{N+i-1}}{\psi_1(a_{i-1}) + \dots + \psi_1(a_N)}} \quad \text{pour } i \in \{N..2\} \quad (A1.13)$$

En conclusion, la procédure à suivre est la suivante :

$$\begin{aligned} \psi_i(a_N) &= 1 \\ \psi_2(b_1) &= G_1 \\ \psi_2(b_{2N}) &= G_{2N} \end{aligned} \quad (A2.14)$$

puis on utilise les formules (A2.11),(A2.12),(A2.13) pour déterminer les ψ_1, ψ_2 . Ensuite, on calcule :

$$\begin{aligned} p_1(a_i) &= \frac{\psi_1(a_i)}{\alpha_i}, \quad i \in \{1, N\} \\ p_2(b_j) &= \frac{\psi_2(b_j)}{\alpha_{N+1-j}}, \quad j \in \{1, N\} \\ p_2(b_j) &= \frac{\psi_2(b_j)}{\alpha_{j-N}}, \quad j \in \{N+1, 2N\} \end{aligned} \quad (A2.15)$$

Enfin, à $P(k)$ correspond un couple (i, j) et on obtient :

$$\boxed{P(k) = p_1(a_i) p_2(b_j) \alpha_i \alpha_j} \quad (A2.16)$$

A N N E X E 3

Appliquons la méthode des éléments finis à l'équation de la diffusion :

$$\nabla^2 H_y = \sigma \frac{\partial B_y}{\partial t} = \sigma \frac{\partial B_y}{\partial H_y} \cdot \frac{\partial H_y}{\partial t} \quad (\text{A3.1})$$

On a alors :

$$[M] \cdot \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} + [N] \cdot \bar{H} = 0 \quad (\text{A3.2})$$

avec :

$$N_{ij} = \int_{\Omega} \vec{\text{grad}} \alpha_i \cdot \vec{\text{grad}} \alpha_j \, d\Omega \quad (\text{A3.3})$$

$$M_{ij} = \int \sigma \cdot \frac{\partial B_y}{\partial H_y} \cdot \alpha_i \cdot \alpha_j \, d\Omega \quad (\text{A3.4})$$

La matrice [M] dépend du temps t.

On applique le schéma θ au terme $[N] \cdot \bar{H}$:

$$[N] \bar{H}(t\theta) = [N] \cdot \left\{ \theta \cdot \bar{H}^{t+\Delta t} + (1-\theta) \cdot \bar{H}^t \right\} \quad (\text{A3.5})$$

Reste à exprimer le terme $[M](t\theta) * \frac{\partial \bar{H}}{\partial t}(t\theta)$:

$$[M](t\theta) \cdot \frac{\partial \bar{H}}{\partial t}(t\theta) = \theta \cdot [M]^{t+\Delta t} * \frac{\partial \bar{H}^{t+\Delta t}}{\partial t} + (1-\theta) \cdot [M]^t * \frac{\partial \bar{H}^t}{\partial t} \quad (\text{A3.6})$$

Or :

$$\frac{\partial \bar{H}}{\partial t}(t\theta) = \frac{\bar{H}^{t+\Delta t} - \bar{H}^t}{\Delta t} \quad (\text{A3.7})$$

Donc :

$$[M](t\theta) \cdot \frac{\partial \bar{H}}{\partial t}(t\theta) = \left\{ \theta \cdot [M]^{t+\Delta t} + (1-\theta) \cdot [M]^t \right\} \cdot \frac{\bar{H}^{t+\Delta t} - \bar{H}^t}{\Delta t} \quad (A3.8)$$

L'équation (A3.2) devient alors :

$$\theta \cdot [N] \cdot \bar{H}^{t+\Delta t} + \left\{ \theta \cdot [M]^{t+\Delta t} + (1-\theta) \cdot [M]^t \right\} \cdot \frac{\bar{H}^{t+\Delta t} - \bar{H}^t}{\Delta t} = (\theta-1) \cdot [N] \cdot \bar{H}^t \quad (A3.9)$$

On doit montrer alors l'égalité de l'équation (A3.9) avec l'équation établie au Chapitre III (III.32) :

$$\theta \cdot [S] \cdot \bar{H}^{t+\Delta t} + \frac{\bar{T}_b^{t+\Delta t}}{\Delta t} - \frac{\bar{T}_b^t}{\Delta t} = (\theta-1) \cdot [S] \cdot \bar{H}^t \quad (A3.10)$$

On a déjà $[N] = [S]$ donc il faut montrer que :

$$\left\{ \theta \cdot [M]^{t+\Delta t} + (1-\theta) \cdot [M]^t \right\} \cdot \frac{\bar{H}^{t+\Delta t} - \bar{H}^t}{\Delta t} = \frac{\bar{T}_b^{t+\Delta t} - \bar{T}_b^t}{\Delta t} \quad (A3.11)$$

Or :

$$\frac{\bar{T}_{b_j}^{t+\Delta t} - \bar{T}_{b_j}^t}{\Delta t} = \int \sigma \cdot \frac{B_y(y+\Delta y) - B_y(t)}{\Delta t} \cdot \alpha_i \, d\Omega = \int \sigma \cdot \frac{\partial B_y}{\partial t}(t\theta) \cdot \alpha_i \, d\Omega \quad (A3.12)$$

Et la composante du premier membre de (A3.11) s'exprime :

$$\int_{\Omega} \left\{ \theta \cdot \sigma \cdot \frac{\partial B_y}{\partial H_y}(t+\Delta t) + (1-\theta) \cdot \sigma \cdot \frac{\partial B}{\partial H_y}(t) \right\} \cdot \alpha_j \cdot \frac{H_y(t+\Delta t) - H_y(t)}{\Delta t} \, d\Omega \quad (A3.13)$$

Soit :

$$\int \sigma \cdot \frac{\partial B_y}{\partial H_y}(t\theta) \cdot \frac{\partial H_y}{\partial t}(t\theta) \cdot \alpha_i \, d\Omega = \int \sigma \cdot \frac{\partial B_y}{\partial t}(t\theta) \cdot \alpha_i \, d\Omega \quad (A3.14)$$

Donc on a bien équivalence entre les deux expressions.

A N N E X E 4

Résolution de l'équation de la diffusion magnétique sur plusieurs intervalles de temps sur lesquels la perméabilité différentielle est constante et uniforme, les conditions aux limites sinusoïdales et les conditions initiales dépendantes de z

I. SYSTEME A RESOUDRE

Soit à résoudre pour $t \in [t_i ; t_{i+1}]$:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial z^2} - \sigma \mu_i \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \quad (\text{A4.1})$$

Avec comme conditions initiales :

$$f_i(z) = H(z, t_i) \quad (\text{A4.2})$$

Et comme conditions aux limites :

$$H(b, t) = H(-b, t) = H_s(t) \quad (\text{A4.3})$$

II. ELIMINATION DU TEMPS : UTILISATION DES TRANSFORMEES DE LAPLACE

On pose :

$$T^{(i)} = t - t_i \quad (\text{A4.4})$$

$$H_i = H_{\max} \cos \omega t_i \quad (\text{A4.5})$$

$$H_{si} = H_{\max} \sin \omega t_i \quad (\text{A4.6})$$

$$T_{i,i+1} = t_{i+1} - t_i \quad (\text{A4.7})$$

$$H = H^{(i)} \text{ pour } t \in [t_i ; t_{i+1}] \quad (\text{A4.8})$$

(A4.1) devient :

$$\frac{\partial^2 H^{(i)}(z, T^{(i)})}{\partial z^2} - \sigma \mu \frac{\partial H^{(i)}(z, T^{(i)})}{\partial T^{(i)}} = 0 \quad \text{pour } T^{(i)} \in [0 ; T_{i,i+1}] \quad (\text{A4.9})$$

et (A4.3) s'exprime :

$$H(b, T^{(i)}) = H(-b, T^{(i)}) = H_{\max} \cos \omega (T^{(i)} + t_i) \quad (\text{A4.10})$$

Soit en utilisant les transformées de Laplace :

$$\frac{\partial^2 \bar{H}^{(i)}(z,p)}{\partial z^2} - \sigma \mu_i p \bar{H}^{(i)}(z,p) = -\sigma \mu_i f_i(z) \quad (A4.11)$$

Et comme conditions aux limites

$$\bar{H}^{(i)}(b,p) = \bar{H}^{(i)}(-b,p) = H_i \frac{p}{p^2 + \omega^2} - H_{si} \omega \frac{1}{p^2 + \omega^2} \quad (A4.12)$$

III. RESOLUTION DE L'EQUATION AVEC TRANSFORMEES DE LAPLACE

$$\bar{H}^{(i)}(z,p) = \bar{H}_{hom}^{(i)}(z,p) + \bar{H}_{par}^{(i)}(z,p) \quad (A4.13)$$

où $\bar{H}_{hom}^{(i)}(z,p)$ est solution de l'équation homogène et $\bar{H}_{par}^{(i)}(z,p)$ une solution particulière.

De façon générale, on établit :

$$\bar{H}_{hom}^{(i)}(z,p) = C_1 \cdot e^{\sqrt{\sigma \mu_i p} z} + C_2 \cdot e^{-\sqrt{\sigma \mu_i p} z} \quad (A4.14)$$

$$\bar{H}_{par}^{(i)}(z,p) = \frac{1}{2\sqrt{\sigma \mu_i p}} \cdot \left\{ e^{-\sqrt{\sigma \mu_i p} z} \int e^{\sqrt{\sigma \mu_i p} z} \cdot \sigma \mu_i f_i(z) - e^{\sqrt{\sigma \mu_i p} z} \int e^{-\sqrt{\sigma \mu_i p} z} \cdot \sigma \mu_i f_i(z) dz \right\} \quad (A4.15)$$

Les constantes du problème sont déterminées en utilisant la parité de la solution en z et les conditions aux limites.

Pour $t \in [t_0 = T_0 ; t_1]$, la solution est :

$$H^{(o)}(z, T^{(o)}) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \cos B(n)z.$$

$$\left[\frac{D_o \cdot C(n)}{A_o^2(n) + \omega^2} \{ \cos \omega T^{(o)} (H_o \cdot A_o(n) + H_{so} \cdot \omega) + \sin \omega T^{(o)} \cdot (H_o \cdot \omega - H_{so} \cdot A_o(n) - e^{-A_o(n)T^{(o)}} \cdot (H_o \cdot A_o(n) + H_{so} \cdot \omega)) + \frac{4H_o E(n)}{\pi} e^{-A_o(n)T^{(o)}} \} \right] \quad (A4.16)$$

Avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} A_0(n) = \frac{(2n-1)^2 \pi^2}{4\sigma\mu_0 b^2} \\ B(n) = \frac{(2n-1)\pi}{2b} \\ C(n) = 2n-1 \\ D_0 = \frac{\pi}{\sigma\mu_0 b^2} \\ E(n) = \frac{1}{2n-1} \end{array} \right.$$

et pour $t \in [t_1 ; t_2]$, on a :

$$H^{(1)}(z, T^{(1)}) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \cos B(n)z.$$

$$\left[\frac{D_1 \cdot C(n)}{A_1^2(n) + \omega^2} \left\{ \cos \omega T^{(1)} (H_1 \cdot A_1(n) + H_{s1} \cdot \omega) + \sin \omega T^{(1)} \cdot (H_1 \cdot \omega - H_{s1} \cdot A_1(n) - e^{-A_1(n)T^{(0)}} \cdot (H_1 \cdot A_0(n) + H_{s1} \cdot \omega)) + g_0(T_{10}) e^{-\frac{B^2(n)T^{(1)}}{\sigma\mu_1}} \right\} \right] \quad (A4.17)$$

Avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} A_1(n) = \frac{(2n-1)^2 \pi^2}{4\sigma\mu_1 b^2} \\ B(n) = \frac{(2n-1)\pi}{2b} \\ C(n) = 2n-1 \\ D_1 = \frac{\pi}{\sigma\mu_1 b^2} \\ E(n) = \frac{1}{2n-1} \end{array} \right.$$

et :

$$g_0(T_{10}) = \frac{D_0 C(n)}{A_0^2(n) \omega^2} \left\{ \cos \omega T_{10} (H_0 A_0(n) + H_{s0} \omega) + \sin \omega T_{10} (H_0 \omega - H_{s0} A_0) \right\}$$

$$- e^{-A_0(n) T_{10}} \{H_0 A_0(n) + H_{s0} \omega\} + \frac{4 H_0 E(n)}{\pi} e^{-A_0(n) T_{10}}$$

Et, plus généralement, pour pour $t \in [t_i ; t_{i+1}]$ et $i \geq 2$, la solution est de la forme :

$$H^{(i)}(z, T^{(i)}) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cos B(n) z.$$

$$\left[\frac{D_i C(n)}{A_{i-1}^2(n) + \omega^2} \{ \cos \omega T^{(i)} (H_i A_i(n) + H_{si} \omega) + \sin \omega T^{(i)} (H_i \omega - H_{si} A_i(n)) \right. \\ \left. - e^{-A_i(n) T^{(i)}} (H_i A_i(n) + H_{si} \omega) \} + g_{i-1}(T_{i,i-1}) e^{-\frac{B^2(n)}{\sigma \mu_i} T^{(i)}} \right] \quad (A4.18)$$

Avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} A_i(n) = \frac{(2n-1)^2 \pi^2}{4 \sigma \mu_i b^2} \\ B(n) = \frac{(2n-1) \pi}{2b} \\ C(n) = 2n-1 \\ D_i = \frac{\pi}{\sigma \mu_i b^2} \end{array} \right.$$

$$\text{et} \quad g_{i-1}(T_{i,i-1}) = \frac{D_{i-1} C(n)}{A_{i-1}^2(n) + \omega^2} \{ \cos \omega T_{i,i-1} (H_{i-1} A_{i-1}(n) + H_{si-1} \omega) + \sin \omega T_{i,i-1} (H_{i-1} \omega - H_{si-1} A_{i-1}(n)) \} \\ - e^{-A_{i-1}(n) T_{i,i-1}} (H_{i-1} A_{i-1}(n) + H_{si-1} \omega) \} + g_{i-2}(T_{i-1,i-2}) e^{-\frac{B^2(n)}{\sigma \mu_{i-1}} T_{i,i-1}}$$

RESUME

La bonne description du flux magnétique à travers les tôles magnétiques FeSi couramment utilisées en électrotechnique nécessite la prise en compte de l'hystérésis et des courants induits qui se développent dans l'épaisseur des tôles avec la fréquence. Le calcul des grandeurs magnétiques dans la section des tôles par résolution numérique de l'équation de la diffusion montre qu'un modèle de Preisach dynamique donne une bonne représentation du comportement magnétique local. Ce modèle permet en effet de décrire le comportement hystérétique du matériau ainsi que l'effet d'amortissement des courants induits sur le mouvement des parois. Grâce à ce modèle, l'induction moyenne sur la section et les pertes dissipées dans la tôle sont approchées de façon très satisfaisante pour un champ en surface sinusoïdal et des fréquences supérieures à la fréquence de travail habituelle des tôles. Pour les mêmes conditions de travail, une méthode est proposée pour résoudre analytiquement l'équation de la diffusion magnétique. Cette méthode repose sur l'utilisation du modèle de Preisach dynamique et des hypothèses simplificatrices concernant les variations de perméabilité différentielle dans le temps et l'espace dues à l'hystérésis. Elle donne des résultats très proches de ceux de la méthode numérique. Ainsi, ce travail présente-t-il les bases d'un modèle reliant l'induction moyenne sur la section d'une tôle au champ appliqué en surface. Ce modèle, supposé scalaire (induction et champ colinéaires), permet également d'approcher les pertes dans les structures électrotechniques.

Mots clés : Modélisation - Hystérésis - Courants induits - Modèle de Preisach - Tôles FeSi - Pertes

SUMMARY

To correctly describe the magnetic flux through FeSi lamination section and the associated losses, hysteresis and eddy current developping in the sheet section with frequency must be taken into account. The computation of the induction distribution in the sheet section by numerically solving the magnetic diffusion equation shows that the dynamic Preisach model correctly represents the local magnetic behavior of the material. This model gives a description of hysteresis and the effect of eddy currents on domain wall motion. Thanks to this model, the average induction over the sheet section and the associated losses are well approximated for a sinusoidal applied field and frequencies higher than the usual working frequency of the sheet. For the same working conditions, a method makes it possible to analytically solve the magnetic diffusion equation. To do so, the dynamic Preisach model is used and some simplifying hypotheses are made about the space and time differential permeability variations due to hysteresis. This analytical method gives results very close to the results of the numerical approach. Consequently, this work presents the bases of a model that links the average induction over the sheet section to the surface applied field. Moreover, this model, which is assumed scalar (field and induction are colinear), makes it possible to approximate losses in electrical structures.

Key words : Modeling - Hysteresis - Eddy Currents - Preisach Model - FeSi sheets - Losses